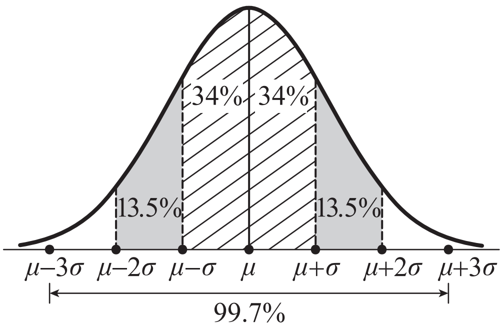
總　　分

110 學年度四技二專統一入學測驗
數學(A)

數學 A 參考公式

1. 扇形弧長 $S=r\theta$，其中 r 為扇形的半徑，θ（弧度）為扇形的圓心角。
2. 點 $P(x_0,y_0)$ 到直線 $L:ax+by+c=0$ 的距離為 $\dfrac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$。
3. 首項為 a_1，公差為 d 的等差數列，第 n 項為 $a_n=a_1+(n-1)d$，前 n 項之和為 $S_n=\dfrac{n[2a_1+(n-1)d]}{2}$。
4. 首項為 a_1，公比為 r 的等比數列，第 n 項為 $a_n=a_1r^{n-1}$，若 $r\neq 1$，則前 n 項之和為 $S=\dfrac{a_1(1-r^n)}{1-r}$。
5. 設有一組母體資料 $x_1,x_2,\cdots,x_N$，其算術平均數為 μ，則母體標準差為 $\sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{N}(x_i-\mu)^2}{N}}$。
6. 常態分配：



7. 參考數值：$\log_{10}2\approx 0.3010$

單選題（每題 4 分，共 100 分）

(　　) 1. 直線 $L:x+2=3(y-4)$ 的斜率與 y 截距之和是多少？
(A) 2　(B) 3　(C) 4　(D) 5

(　　) 2. 有一扇形的圓心角為$\frac{1}{\pi}\times 360^\circ$，半徑為 3，則扇形的周長為何？

(A) 6　(B) 8　(C) 10　(D) 12

(　　) 3. 某抽屜中有 10 張仟元鈔，6 張伍百元鈔，從抽屜中隨機取出兩張鈔票共 1500 元的機率是多少？

(A)$\frac{1}{4}$　(B)$\frac{1}{3}$　(C)$\frac{1}{2}$　(D)$\frac{2}{3}$

(　　) 4. 若$f(x)$為一個多項式，已知多項式$x^2f(3x)+xf(6x-1)-3$除以$3x-1$得餘式為 1，則$f(1)$之值為何？

(A) 3　(B) 6　(C) 9　(D) 12

(　　) 5. 若$\overrightarrow{a}=(1,2)$，$\left|\overrightarrow{b}\right|=2$，則$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}$之最小值為何？

(A)$-\sqrt{5}$　(B)$-2\sqrt{5}$　(C)-5　(D)$-5\sqrt{5}$

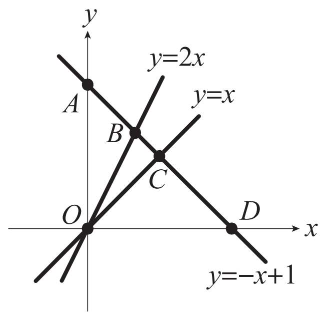
(　　) 6. 若二元一次聯立不等式$\begin{cases} y\ge x \\ y\le 2x \\ y\le -x+1 \end{cases}$的解集合為$S$，則$S$為下圖(一)中的哪一個三角形？

(A)$\triangle OAD$

(B)$\triangle OBC$

(C)$\triangle OAB$

(D)$\triangle OCD$



圖(一)

(　　) 7. 下列有關角度的敘述何者<u>錯誤</u>？

(A)235°與-485°為同界角

(B)780°與$\frac{13}{3}\pi$表示相同的角度

(C)一個非零角度只有一個最小正同界角

(D)θ為一標準位置角且$0^\circ\le\theta<90^\circ$，則$\theta$為第一象限角

(　　) 8. 已知$\left|\overrightarrow{a}\right|=\left|\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}\right|=10$、$\left|\overrightarrow{b}\right|=5$。若$\overrightarrow{a}$與$\overrightarrow{b}$的夾角為$\theta$，則$\sin\theta=$？

(A)$-\frac{1}{4}$　(B)$-\frac{\sqrt{15}}{4}$　(C)$\frac{1}{4}$　(D)$\frac{\sqrt{15}}{4}$

(　　) 9. 一個等比數列的前兩項和是 20，公比的絕對值是 3，則此數列的第 4 項有可能是多少？

(A) 135 或 270　(B) 45 或 270　(C) −90 或 135　(D) −270 或 135

( ) 10. 下列哪一個函數圖形，經過平移後無法與 $y=\sin x$ 的圖形重合？

(A) $y=\cos x$ (B) $y=2+\sin x$ (C) $y=\frac{1}{2}\sin(2x)$ (D) $y=\sin\left(x+2\pi\right)$

( ) 11. 下列選項哪一個數值最大？

(A) $\log_8 7^3$ (B) $\log_2 3+\log_4 9$ (C) $0.19\times\log_2 3^{10}$ (D) $\dfrac{\log_{10}\sqrt{8.9}}{\log_{100} 2}$

( ) 12. 若一次馬拉松比賽中，所有 1000 位選手完賽的平均時間是 4 小時 30 分鐘，標準差是 45 分鐘，且完賽的時間近似常態分配，試問約有幾位選手的完賽時間比 3 小時來得少？

(A) 25 (B) 50 (C) 160 (D) 250

( ) 13. 坐標平面上有 O 、 A 、 B 、 C 四個點，已知 O 為原點， A 點坐標為 $\left(-1,0\right)$ ， B 點坐標為 $\left(1,1\right)$ ，且 $\triangle ABC$ 的重心為 $\left(0,2\right)$ ，則 $\triangle AOC$ 的面積為何？

(A) 1.5 (B) 2 (C) 2.5 (D) 5

( ) 14. 已知 $f\left(x\right)$ 為 3 次多項式且領導係數為 2， $g\left(x\right)$ 為 2 次多項式且領導係數為 3，下列敘述何者恆為正確？

(A) $f\left(3x\right)+g\left(2x\right)$ 為 5 次多項式且領導係數為 54

(B) $f\left(3x\right)-g\left(-2x\right)$ 為 3 次多項式且領導係數為 54

(C) $f\left(2x\right)\times g\left(3x\right)$ 為 5 次多項式且領導係數為 36

(D) $f\left(2x\right)$ 除以 $g\left(-3x\right)$ 之商式為 1 次多項式且領導係數為 1

( ) 15. 已知一元二次方程式 $x^2+ax+b=0$ 的兩根為 2、3，則一元二次方程式 $x^2-2bx-7a=0$ 的兩根為何？

(A) 2、3 (B) 2、7 (C) 3、5 (D) 5、7

( ) 16. 已知某種傳染病的特性是感染者經由接觸其他未感染者後，最多傳染 3 人，也就是一個感染者經由第一輪接觸他人後，連同自己最多 4 人感染，這些感染者經由第二輪接觸他人後，最多共有 16 位感染者，以此類推；則從第一個感染者開始，最快經由幾輪傳播後，感染者會達到 100 萬人？

(A) 10 (B) 9 (C) 8 (D) 7

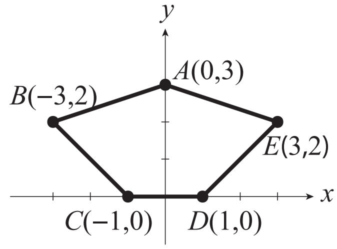
( ) 17. 圖(二)中， $f\left(x,y\right)=-30x+20y+100$ 在五邊形 $ABCDE$（含內部及邊界）的最大值為 M 、最小值為 m ，則 $M-m=$ ？

(A) 160

(B) 170

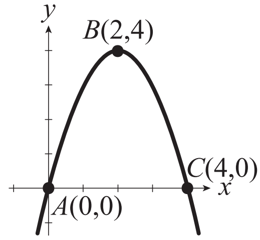
(C) 180

(D) 190



圖(二)

(　　) 18. 若拋物線 $y=-x^2+ax+b$ 圖形如圖(三)所示，則一元二次不等式 $x^2-ax-b\geq 5$ 的解為何？



圖(三)

(A) $x\geq 5$ 或 $x\leq -1$

(B) $-1\leq x\leq 5$

(C) $x\geq 1$ 或 $x\leq -5$

(D) $-5\leq x\leq 1$

(　　) 19. 已知坐標平面上有一直線 $L: y=-x$，兩個圓分別為 $C_1: x^2+y^2+2x+2y=0$ 以及 $C_2: x^2+y^2-2x-2y=0$，下列敘述何者正確？

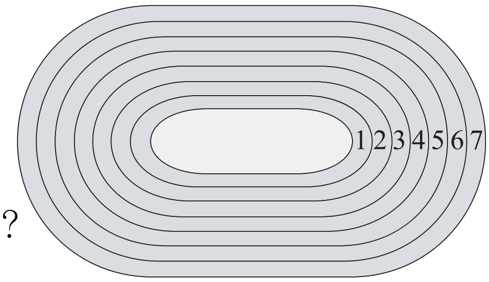
(A) C_1 的圓心到 L 的距離為 2

(B) L 為 C_2 的切線

(C) L 與 C_1 為相割

(D) C_1 的圓心和 C_2 的圓心之連線通過第二象限

(　　) 20. 已知某田徑場地如圖(四)所示，最內圈的 1 號跑道長度為 400 公尺，每往外一圈其跑道長度就增加 $7\frac{2}{3}$ 公尺。試問從最內圈開始的 7 個跑道總長度最接近以下哪一個答案？



圖(四)

(A) 2800 公尺

(B) 2960 公尺

(C) 3100 公尺

(D) 3250 公尺

(　　) 21. 小竹與小淳規劃今年暑假的兩天一夜去某地旅行，他們預計要去下列五個不同的景點。這些景點的開放時間如下：

§ 科學展示館	9:00 ~ 17:00	§ 原住民部落市集	12:00 ~ 21:00
§ 歷史文化館	9:00 ~ 17:00	§ 特色美食夜市	18:00 ~ 21:00
§ 在地文創館	12:00 ~ 21:00		

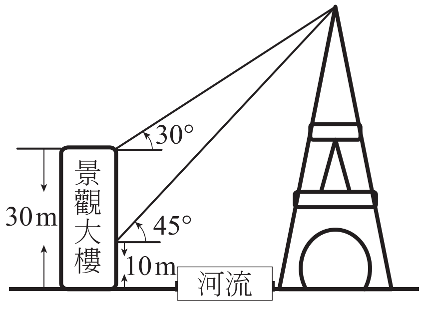
他們打算第一天早上（9:00～12:00）、下午（14:00～17:00）、及晚上（18:00～21:00）各參觀一個景點，而第二天早上（9:00～12:00）及下午（14:00～17:00）也各參觀一個景點，這些景點都不會重複安排，試問總共有幾種規劃方式？

(A) 4　(B) 6　(C) 10　(D) 12

( ) 22. 園遊會中有 10 項不同的活動，每一項活動每個人只能參加一次。小華與小明各自參加 5 項活動，如果他們選擇參加每一項活動的機率都相同，且不互相影響。已知小華已經選了 5 項活動，那麼小明參加的活動中剛好有兩項活動與小華相同的機率是多少？

(A) $\frac{72}{252}$ (B) $\frac{80}{252}$ (C) $\frac{96}{252}$ (D) $\frac{100}{252}$

( ) 23. 如圖(五)，岸邊有一棟景觀大樓，對岸有一座鐵塔。今由景觀大樓高 10 公尺處測得鐵塔頂端的仰角為45°，再由景觀大樓高 30 公尺處測得鐵塔頂端的仰角為30°。若兩處觀測點的連線與地面垂直，則該鐵塔的高度大約是多少公尺？



圖(五)

(A) $40-10\sqrt{3}$ (B) $40+10\sqrt{3}$

(C) $30\sqrt{3}-10$ (D) $30\sqrt{3}+10$

( ) 24. 小舒在商店街參加一個促銷活動，其規則為『從 A、B、C、D、E 五件商品中，任選不同的 3 件商品後，只需要付價錢高的 2 項商品之總價』。這五件商品的標價為 A：15 元、B：20 元、C：25 元、D：30 元、E：35 元。試問小舒付款的金額可能有幾種？

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 10

( ) 25. 有一間公司有 16 位員工及 4 位經理，每位員工的薪水相同，每位經理的薪水也一樣。已知全體薪水的中位數是 4 萬元、平均數是 5 萬元，試問薪水的標準差最接近下列何者？

(A) 5000 (B) 10000 (C) 15000 (D) 20000

110 年統一入學測驗 數學(A)

答 案

1.D 2.D 3.C 4.C 5.B 6.B 7.D 8.D 9.A 10.C
11.B 12.A 13.C 14.B 15.D 16.A 17.C 18.A 19.B 20.B
21.A 22.D 23.B 24.A 25.D

本試題答案係依據統一入學測驗中心公布之標準答案

1. 技巧與分析

(1) 直線 L：$ax+by+c=0$ 的斜率為 $-\dfrac{a}{b}$。

(2)直線與 x 軸交於 $(a,0)$，與 y 軸交於 $(0,b)$，則稱 a 為 x 截距，b 為 y 截距。

解析

$L: x+2=3(y-4)$

$\Rightarrow \quad x+2=3y-12$

$\Rightarrow \quad x-3y+14=0$

① 斜率 $m_L=-\dfrac{a}{b}=-\dfrac{1}{-3}=\dfrac{1}{3}$

② 令 $x=0$ 代入 L 得 $0-3y+14=0$

$\Rightarrow \quad y=\dfrac{14}{3}$

得 y 截距為 $\dfrac{14}{3}$

由①②得所求為 $\dfrac{1}{3}+\dfrac{14}{3}=\dfrac{15}{3}=5$

2. 技巧與分析

設扇形半徑為 r，圓心角為 θ（弧度制），所對弧長為 S，扇形面積為 A，則

(1) $S=r\theta$。

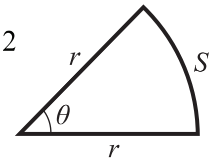
(2) $A=\dfrac{1}{2}r\times S=\dfrac{1}{2}r^2\theta$。

(3) 扇形的周長為 $r+r+S$。

解析

已知 $\theta=\dfrac{1}{\pi}\times 360°=\dfrac{1}{\pi}\times 2\pi=2$

$r=3$



又 $S=r\theta=3\times 2=6$

故所求為 $r+r+S=3+3+6=12$

3. 技巧與分析

設樣本空間 S 中，每一個樣本發生的機會均等，若 $A\subset S$，則事件 A 發生的機率定義為

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\text{事件 }A\text{ 的元素個數}}{\text{樣本空間 }S\text{ 的元素個數}}。$$

解析

設所求事件為 A，樣本空間為 S，則

$n(A)=C^{10}_{1}\times C^{6}_{1}$，$n(S)=C^{16}_{2}$

故所求機率

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{C^{10}_{1}\times C^{6}_{1}}{C^{16}_{2}}=\frac{10\times 6}{\dfrac{16\times 15}{2\times 1}}=\frac{1}{2}$$

4. 技巧與分析

餘式定理：多項式 $f(x)$ 除以 $ax-b$ 的餘式為 $f\left(\dfrac{b}{a}\right)$（$a\neq 0$）。

解析

多項式 $x^2f(3x)+xf(6x-1)-3$ 除以 $3x-1$ 得餘式為1

由餘式定理知，將 $x=\dfrac{1}{3}$ 代入上式

得 $\left(\dfrac{1}{3}\right)^2\times f\left(3\times\dfrac{1}{3}\right)+\dfrac{1}{3}\times f\left(6\times\dfrac{1}{3}-1\right)-3=1$

$\Rightarrow \quad \dfrac{1}{9}\times f(1)+\dfrac{1}{3}f(1)=4$

$\Rightarrow \quad \dfrac{4}{9}f(1)=4 \quad \Rightarrow \quad f(1)=9$

故所求 $f(1)=9$

5. 技巧與分析

(1) 兩向量 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 的夾角為 θ，

則其內積為 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=\left|\overrightarrow{a}\right|\left|\overrightarrow{b}\right|\cos\theta$。

(2) $-1\le\cos\theta\le1$。

解析

$\overrightarrow{a}=(1,2)$

$\Rightarrow\ \left|\overrightarrow{a}\right|=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，$\left|\overrightarrow{b}\right|=2$

$\because\ \overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=\left|\overrightarrow{a}\right|\left|\overrightarrow{b}\right|\cos\theta=\sqrt{5}\times2\times\cos\theta$

$\Rightarrow\ \overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=2\sqrt{5}\cos\theta$

又 $-1\le\cos\theta\le1$

$\Rightarrow\ -2\sqrt{5}\le2\sqrt{5}\cos\theta\le2\sqrt{5}$

即 $-2\sqrt{5}\le\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}\le2\sqrt{5}$

故所求 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}$ 的最小值為 $-2\sqrt{5}$

6. 技巧與分析

設直線 L：$ax+by+c=0$ 且 $a>0$，則

(1) $ax+by+c\ge0$ 圖形為直線 L 及其右側半平面。

(2) $ax+by+c\le0$ 圖形為直線 L 及其左側半平面。

註：若 $a<0$，先移項使 $a>0$，再依上述方法，判斷其圖形。

解析

將原式與圖形改寫為 $\begin{cases}x-y\le0\\2x-y\ge0\\x+y-1\le0\end{cases}$

① $x-y\le0$

表示含直線 $x-y=0$ 及其左側半平面

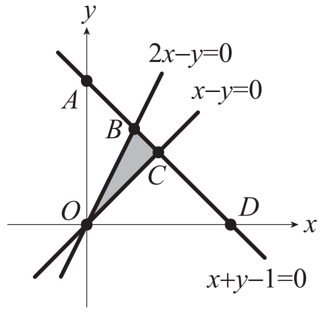
② $2x-y\ge0$

表示含直線 $2x-y=0$ 及其右側半平面

③ $x+y-1\le0$

表示含直線 $x+y-1=0$ 及其左側半平面

故所求不等式的解為 $\triangle OBC$



7. 技巧與分析

(1) 若 θ_1 與 θ_2 為同界角

$\Leftrightarrow\ \theta_1-\theta_2=n\times360°$ 或 $\theta_1-\theta_2=2n\pi$（n 為整數）。

(2) 若 θ 為一標準位置角且 $0°<\theta<90°$，

則 θ 為第一象限角。

解析

(A) $235°-(-485°)=720°=360°\times2$（◯）

(B) $\frac{13}{3}\pi=\frac{13}{3}\times180°=13\times60°=780°$（◯）

(C)一個非零角度只有一個最小正同界角(◯)

(D)（╳）∵ 若標準位置角 θ 為第一象限角

則 $0°<\theta<90°$

$\theta=0°$ 時稱為象限角

8. 技巧與分析

(1) $\left|\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}\right|^2=\left(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}\right)\cdot\left(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}\right)$

$=\left|\overrightarrow{a}\right|^2+2\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}+\left|\overrightarrow{b}\right|^2$。

(2) 兩向量 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 的夾角為 θ，

則其內積為 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=\left|\overrightarrow{a}\right|\left|\overrightarrow{b}\right|\cos\theta$。

解析

$\left|\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}\right|^2=\left|\overrightarrow{a}\right|^2+2\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}+\left|\overrightarrow{b}\right|^2$

$\Rightarrow\ 10^2=10^2+2\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}+5^2$

$\Rightarrow\ 2\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=-25$

$\Rightarrow\ \overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=-\frac{25}{2}$

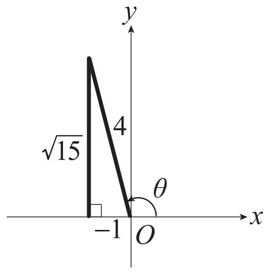
$\Rightarrow\ \left|\overrightarrow{a}\right|\left|\overrightarrow{b}\right|\cos\theta=-\frac{25}{2}$

$\Rightarrow \quad 10\times 5\times \cos\theta = -\dfrac{25}{2}$

$\Rightarrow \quad \cos\theta = -\dfrac{25}{2\times 10\times 5} = -\dfrac{1}{4}$

又向量夾角$0°\le\theta\le 180°$，且$\cos\theta<0$

$\Rightarrow \quad \theta$為第二象限角，作圖如下：



故$\sin\theta = \dfrac{\sqrt{15}}{4}$

9. 技巧與分析

等比數列第n項：$a_n = a_1 r^{n-1}$。

解析

$\because \quad |r| = 3 \quad \Rightarrow \quad r = \pm 3$

① 當$r=3$，由前兩項和為20得

$a_1 + a_1 r = 20$

$\Rightarrow \quad a_1(1+r) = 20$

$\Rightarrow \quad a_1(1+3) = 20 \quad \Rightarrow \quad a_1 = 5$

又$a_4 = a_1\times r^3 = 5\times 3^3 = 135$

② 當$r=-3$，由前兩項和為20得

$a_1 + a_1 r = 20$

$\Rightarrow \quad a_1(1+r) = 20$

$\Rightarrow \quad a_1(1-3) = 20 \quad \Rightarrow \quad a_1 = -10$

又$a_4 = a_1\times r^3 = -10\times(-3)^3 = 270$

由①②得第4項可能是135或270

10. 技巧與分析

將原基本圖形左移或右移α單位（$\alpha>0$時左移，$\alpha<0$時右移）

將原基本圖形上移或下移b單位（$b>0$時上移，$b<0$時下移）

$y = a\sin(kx+\alpha)+b$

將原基本週期2π變為 $\Rightarrow \dfrac{2\pi}{|k|}$

將原基本圖形水平伸縮$\dfrac{1}{|k|}$倍

將原基本圖形同時往上↑和往下↓兩方向拉長$|a|$倍

解析

(A) $y = \cos x = \sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$

(B) $y = 2+\sin x = \sin x + 2$

(C) $y = \dfrac{1}{2}\sin(2x)$

(D) $y = \sin(x+2\pi)$

由$y = a\sin(kx+\alpha)+b$知

α為左右平移，不改變圖形外觀

b為上下平移，不改變圖形外觀

a與k不是平移，會改變圖形外觀

即(C)無法平移至$y=\sin x$

故選(C)

11. 技巧與分析

(1) $\log_{a^p} M^q = \dfrac{q}{p}\log_a M$，$\log_a M = \dfrac{\log_b M}{\log_b a}$。

(2) 當$a>1$時，$y=f(x)=\log_a x$為遞增函數。

解析

(A) $\log_{2^3} 7^3 = \log_2 7$

(B) $\log_2 3 + \log_4 9 = \log_2 3 + \dfrac{2}{2}\log_2 3$

$= 2\log_2 3 = \log_2 3^2$

(C) $0.19\times\log_2 3^{10} = 0.19\times 10\times\log_2 3$

$= 1.9\log_2 3 = \log_2 3^{1.9}$

(D) $\dfrac{\log_{10}\sqrt{8.9}}{\log_{100}2}=\dfrac{\log_{10^2}\sqrt{8.9}^2}{\log_{100}2}$

$=\dfrac{\log_{100}8.9}{\log_{100}2}=\log_2 8.9$

又底數 $2>1$，則 $y=\log_2 x$ 為遞增函數

且 $3^2,8.9,3^{1.9},7$

最大者是 3^2

故所求為 $\log_2 3+\log_4 9$ 的值為最大

12. 技巧與分析

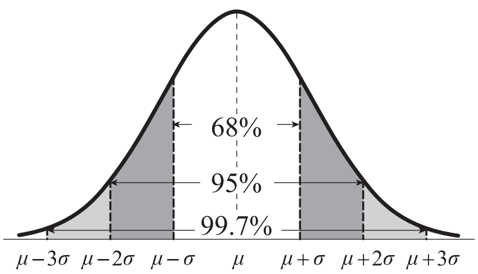
$68-95-99.7$ 規則：（口訣：6895997）

設資料的平均數 μ，樣本標準差 σ，則在任何的常態分配曲線中，大約

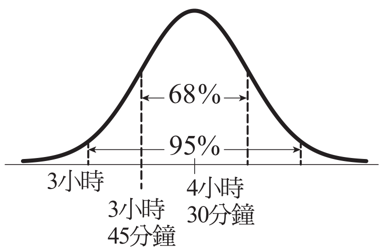
(1) 有 68% 的資料落在距平均數 1 個標準差的範圍內，即在區間 $(\mu-\sigma,\mu+\sigma)$ 內。

(2) 有 95% 的資料落在距平均數 2 個標準差的範圍內，即在區間 $(\mu-2\sigma,\mu+2\sigma)$ 內。

(3) 有 99.7% 的資料落在距平均數 3 個標準差的範圍內，即在區間 $(\mu-3\sigma,\mu+3\sigma)$ 內。



解析



由 $68-95-99.7$ 常態分配曲線圖知：

完賽時間比 3 小時來得少的約有

$1000\times\dfrac{1}{2}(1-95\%)$

$=1000\times 2.5\%=1000\times\dfrac{2.5}{100}=25$（人）

13. 技巧與分析

設 $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$、$C(x_3,y_3)$，

則 $\triangle ABC$ 之重心坐標為

$\left(\dfrac{x_1+x_2+x_3}{3},\dfrac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$。

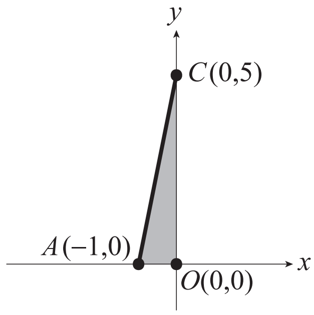
解析

設 $C(x,y)$

由重心坐標公式知

$\dfrac{(-1)+1+x}{3}=0$，$\dfrac{y+0+1}{3}=2$

$\Rightarrow\ x=0$，$y=5\ \Rightarrow\ C(0,5)$



$\therefore\ \triangle AOC$ 的面積 $=\dfrac{1}{2}\times1\times5=\dfrac{5}{2}=2.5$

14. 技巧與分析

1. 多項式的加、減法運算：
將各多項式的同次項係數相加減。
2. 多項式的乘法運算：
利用指數律及乘法對加法的分配律，展開後將同次項合併。
3. 多項式的長除法：類似整數的除法。

解析

設 $f(x)=2x^3$，$g(x)=3x^2$

(A) $f(3x)+g(2x)$

$=2(3x)^3+3(2x)^2=54x^3+12x^2$（╳）

(B) $f(3x)-g(-2x)$

$=2(3x)^3-3(-2x)^2=54x^3-12x^2$（○）

(C) $f(2x)\times g(3x)$

$=2(2x)^3\times3(3x)^2=16x^3\times27x^2=432x^5$

（╳）

(D) $f(2x)=2(2x)^3=16x^3$

$g(-3x)=3(-3x)^2=27x^2$

$f(2x)$除以$g(-3x)$為$\dfrac{16x^3}{27x^2}=\dfrac{16}{27}x$（╳）

（∵　領導係數不為1）

15. 技巧與分析

以α、β為兩根的方程式為

$(x-\alpha)(x-\beta)=0$

解析

∵　2、3為$x^2+ax+b=0$的兩根

$\Rightarrow\ (x-2)(x-3)=0$

$\Rightarrow\ x^2-5x+6=0$與$x^2+ax+b=0$比較係數

得$a=-5$，$b=6$代入$x^2-2bx-7a=0$

得$x^2-12x+35=0$

$\Rightarrow\ (x-5)(x-7)=0$

$\Rightarrow\ x=5$或7

故選(D)

16. 技巧與分析

(1) 等比數列第n項：$a_n=a_1r^{n-1}$。

(2) 若$M>N>0$，則$\log_{10}M>\log_{10}N$。

解析

第一輪後共有4人感染

第二輪後共有$4+4\times3=16$人感染

第三輪後共有$16+16\times3=64$人感染

設第n輪後總感染人數為a_n，

其中$a_1=4$，$r=4$

即$a_n=a_1r^{n-1}=4\times4^{n-1}=4^n=\left(2^2\right)^n=2^{2n}$

$2^{2n}\geq10^6$

$\Rightarrow\ 2^n\geq10^3$

∵　$2^{10}=10254$

∴　n最小值為 10

17. 技巧與分析

目標函數之最大值與最小值必發生在可行解區域之各頂點坐標上，將每一頂點分別代入目標函數$f(x,y)$中，即可求得其最大值與最小值。

解析

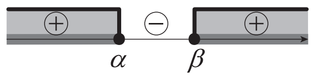
頂點	$f(x,y)=-30x+20y+100$
$(-1,0)$	$30+0+100=130$
$(1,0)$	$-30+0+100=70$
$(3,2)$	$-90+40+100=50$……最小值m
$(0,3)$	$0+60+100=160$
$(-3,2)$	$90+40+100=230$……最大值M

所求$M-m=230-50=180$

18. 技巧與分析

一元二次不等式$ax^2+bx+c\geq0$（$a>0$）

$\Rightarrow\ (x-\alpha)(x-\beta)\geq0$之解為$x\leq\alpha$或$x\geq\beta$。



解析

由圖(三)知$y=-x^2+ax+b$與x軸的交點為$(0,0)$與$(4,0)$

即$-x^2+ax+b=0$可以分解為

$(x-0)(x-4)=0$

$\Rightarrow\ x^2-ax-b=0$為$x^2-4x=0$

比較係數得$a=4$，$b=0$

代入$x^2-ax-b\geq5$，得$x^2-4x-0\geq5$

$\Rightarrow\ x^2-4x-5\geq0\ \Rightarrow\ (x+1)(x-5)\geq0$

故$x\leq-1$或$x\geq5$

19. 技巧與分析

(1) 以(h,k)為圓心，r為半徑之圓方程式為

$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$。

(2) 設直線L：$ax+by+c=0$，

圓C：$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$，

則圓心$M(h,k)$與直線L之距離為

$d=\dfrac{|ah+bk+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$。

(3)若$d=r\Leftrightarrow L$與圓C相交於一點（相切）。

解析

$C_1:(x+1)^2+(y+1)^2=(\sqrt{2})^2$

$\Rightarrow$ 圓心 $M_1(-1,-1)$，半徑 $r_1=\sqrt{2}$

$C_2:(x-1)^2+(y-1)^2=(\sqrt{2})^2$

$\Rightarrow$ 圓心 $M_2(1,1)$，半徑 $r_2=\sqrt{2}$

(A) $M_1(-1,-1)$ 到 $L:x+y=0$ 的距離

$$d=\frac{|-1+(-1)|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}=r_1$$

(B) $M_2(1,1)$ 到 $L:x+y=0$ 的距離

$$d=\frac{|1+1|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}=r_2$$

故 L 為 C_2 的切線

(C) 由(A) $d=\sqrt{2}=r_1$，故 L 與 C_1 相切

(D) $M_1(-1,-1)$ 與 $M_2(1,1)$ 的連線

通過原點，故未通第二象限

故正確為(B)

20. 技巧與分析

(1) 等差數列第 n 項：$a_n=a_1+(n-1)d$。

(2) 等差級數前 n 項和：$S_n=\frac{n}{2}(a_1+a_n)$

（已知首項與末項）。

解析

設 $a_1=400$，$d=7\frac{2}{3}=\frac{23}{3}$

$a_7=a_1+6d=400+6\times\frac{23}{3}=446$

又 $S_7=\frac{7\times(a_1+a_7)}{2}=\frac{7\times(400+446)}{2}=2961$

故選(B)

21. 技巧與分析

(1) 乘法原理：

設完成一件事需經過 k 個步驟，若完成第 i（$i=1,2,\cdots,k$）個步驟有 m_i 種方法，則完成此件事的方法數共有 $m_1\times m_2\times\cdots\times m_k$ 種。

(2) $P^n_n=n!$ 表示自 n 件相異物中全取的排列總數。

解析

早$_1$早$_2$ $\Rightarrow$ $2!$

午$_1$午$_2$ $\Rightarrow$ $2!$

晚$_1$ $\Rightarrow$ 1

$\because$ 兩天早上的時段一樣，排法有 $2!$ 種

兩天下午的時段一樣，排法有 $2!$ 種

晚上的時段只有 1 種

$\therefore$ 由乘法原理共有 $2!\times2!\times1=4$ 種規劃

22. 技巧與分析

(1) 乘法原理：

設完成一件事需經過 k 個步驟，若完成第 i（$i=1,2,\cdots,k$）個步驟有 m_i 種方法，則完成此件事的方法數共有 $m_1\times m_2\times\cdots\times m_k$ 種。

(2) 自 n 件相異物中，任取 m 件（不重複）（$0\le m\le n$）為一組，同一組內的物品若不計其先後順序，稱為「n 中取 m 的組合」，其組合數以符號 C^n_m 表示。

(3) 設樣本空間 S 中，每一個樣本發生的機會均等，若 $A\subset S$，則事件 A 發生的機率定義為

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\text{事件 }A\text{ 的元素個數}}{\text{樣本空間 }S\text{ 的元素個數}}$$。

解析

設 A 表所求事件，S 表樣本空間，則

$n(A)=C^{10}_5\times C^5_2\times C^5_3$

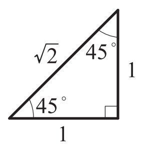
$n(S)=C^{10}_5\times C^{10}_5$

故 $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{C^{10}_5\times C^5_2\times C^5_3}{C^{10}_5\times C^{10}_5}$

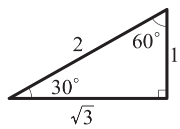
$$=\frac{\frac{5\times4}{2\times1}\times\frac{5\times4}{2\times1}}{\frac{10\times9\times8\times7\times6}{5\times4\times3\times2\times1}}=\frac{10\times10}{63\times4}=\frac{100}{252}$$

23. 技巧與分析

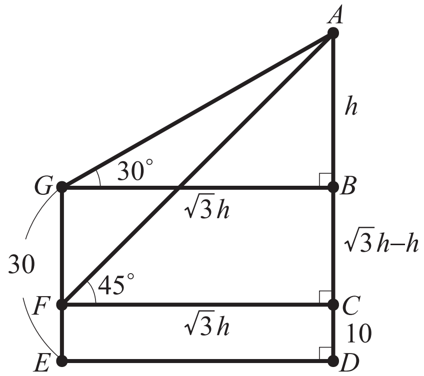
(1)



(2)



解析



如圖所示：

$\triangle ABG$ 中，設 $\overline{AB}=h$，則 $\overline{GB}=\sqrt{3}\,h$，

且 $\overline{FC}=\sqrt{3}\,h$

$\triangle ACF$ 中，$\overline{BC}=\sqrt{3}\,h-h=30-10$

$\Rightarrow\quad h\times\left(\sqrt{3}-1\right)=20$

$\Rightarrow\quad h=\dfrac{20}{\sqrt{3}-1}=10\left(\sqrt{3}+1\right)$

又塔高為 $h+\left(\sqrt{3}\,h-h\right)+10$

$=\sqrt{3}\,h+10$

$=\sqrt{3}\left[10\left(\sqrt{3}+1\right)\right]+10$

$=\sqrt{3}\left(10\sqrt{3}+10\right)+10$

$=30+10\sqrt{3}+10=40+10\sqrt{3}$

24. 技巧與分析

加法原理：

設完成一件事的方法可分成 k 類，且任兩類不會同時發生，若第 i（$i=1,2,\cdots,k$）個類別有 m_i 種方法，則完成此件事的方法數共有 $m_1+m_2+\cdots+m_k$ 種。

解析

依序列出：

35,30,□　付款金額為 65 元……①

35,25,□　付款金額為 60 元……②

35,20,□　付款金額為 55 元……③

30,25,□　付款金額為 50 元……④

25,20,□　付款金額為 45 元……⑤

故付款金額共 5 種可能

25. 技巧與分析

(1) 算術平均數：設有 n 個數值 $x_1,x_2,\cdots,x_n$，

則其算術平均數 $\bar{x}=\dfrac{1}{n}\left(x_1+x_2+\cdots+x_n\right)$

(2) 中位數（以 Me 表示）：

將 n 個數值由小而大排列為 $x_{(1)}\le x_{(2)}\le x_{(3)}\le\cdots\le x_{(n)}$，則

❶ 若 n 為奇數時，中位數為排序正中間的數。

❷ 若 n 為偶數時，中位數為排序正中間兩數的平均。

(3) 設母體有 N 個資料 $x_1,x_2,\cdots,x_N$，

其算術平均數為 μ，則

母體標準差 $\sigma=$

$$\sqrt{\frac{(x_1-\mu)^2+(x_2-\mu)^2+\cdots+(x_N-\mu)^2}{N}}$$ 。

解析

設員工薪水 x 萬元，經理薪水 y 萬元

又全體薪水中位數是 4 萬元

即員工薪水是 4 萬元，即 $x=4$

由平均數是 5 萬元得知：

$\dfrac{16\times x+4\times y}{20}=5$

$\Rightarrow\quad 16\times4+4y=100$

$\Rightarrow\quad 4y=100-16\times4=36$

$\Rightarrow\quad y=9$

則依據參考公式，薪水標準差為

$$\sqrt{\frac{(4-5)^2+(4-5)^2+\cdots+(4-5)^2+(9-5)^2+\cdots+(9-5)^2}{20}}$$

$$=\sqrt{\frac{1+1+\cdots+1+16+16+16+16}{20}}$$

$$=\sqrt{\frac{16+16+16+16+16}{20}}$$

$=\sqrt{\dfrac{80}{20}}=\sqrt{4}=2$（萬元）

故選(D)