

數學科

陳清風 / 桃園高中



掃瞄 QR code

可下載檔案



戰地記者龍騰報導

近幾年來，學測儼然成為升上大學的主要管道，今年試題是採用 99 課綱的第七年，整體而言，今年的試題難度中偏易，題目靈活，文字閱讀量及計算量適中，只要掌握基本觀念就能作答，出現好幾題不錯的題目（如第 4、6、11、13、C、D、F 題），是一份有鑑別度的試題。這也意味著數學將是今年甄選入學的關鍵科目。

發行人：李枝昌
發行所：龍騰文化事業股份有限公司
網址：<http://www.lungteng.com.tw>

電話：02-22982933
傳真：02-22989766
出刊日：108年2月15日

→ 命中率分析 2

→ 大考風向球 4

→ 試題大剖析 8

Wow! ALL PASS 竟然 100%命中 108 年學測！

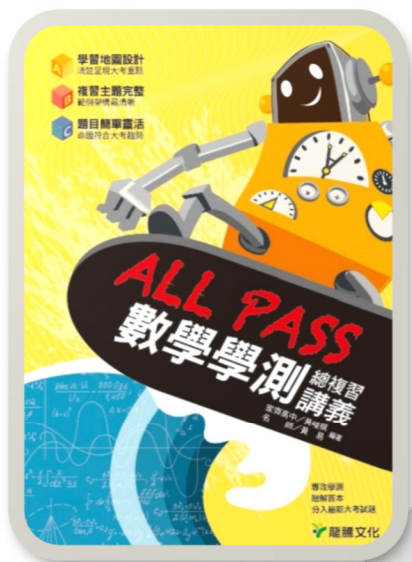
完 整 命 中 大 剖 析

好評狂推。【ALL PASS】數學學測總複習講義

雖然百分百命中學測考點，龍騰認為這是基本、應該做到的。
教學要與時俱進，講義當然更要是！

【ALL PASS】進化版，帶您看看做了甚麼：

- ① 題庫光碟內容再升級，新增跨書系 20 分鐘單元卷。
- ② 調整布題，整本書更符合教學邏輯。添增新題，讓學生練習最完整。
- ③ 新增衝刺題本，課後複習好運用。



買一送四，
全書系題目都給您

團訂送什麼？
18 回學習評量卷 & 題庫光碟

一本高效複習、最貼合目前大考趨勢的講義
好書，不買嗎？

- ★ 學習地圖打通學習脈絡，建構解題策略。
- ★ 更換新題，不同角度靈活思考，更貼近考試趨勢。
- ★ 難度中偏易，作者出版經驗豐富，效率複習有保證。

108 年學測 數學科 選擇題第 3 題

3. 試問共有多少組正整數 (k, m, n) 滿足 $2^k 4^m 8^n = 512$?

- (1) 1 組 (2) 2 組 (3) 3 組 (4) 4 組 (5) 0 組

範例 10 不定方程式的非負整數解

【ALL PASS】第 85 頁 範例 10

1. 設不定方程式 $x+y+z=7$ ，則方程式的非負整數解共有 36 組，又方程式的正整數解共有 15 組。
2. 將 24 顆雞蛋分裝到紅、黃、綠的三個籃子。每個籃子都要有雞蛋，且黃、綠兩個籃子裡都裝奇數顆。請選出分裝的方法數。(單選) (2)。
(1) 55 (2) 66 (3) 132 (4) 198 (5) 253.

102學測

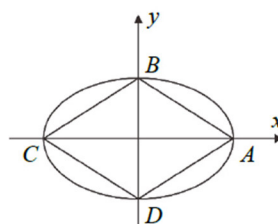
解

1. (1) $x+y+z=7, x, y, z \geq 0, \therefore H_7^3 = C_7^9 = C_2^9 = \frac{9 \times 8}{1 \times 2} = 36$.
- (2) $x+y+z=7, x \geq 1, y \geq 1, z \geq 1$
 $\Rightarrow (x-1)+(y-1)+(z-1)=4, \therefore x'+y'+z'=4$, 其中 $x', y', z' \geq 0$,
 即 $H_4^3 = C_4^6 = C_2^6 = \frac{6 \times 5}{1 \times 2} = 15$.
2. 設黃、綠、紅各裝 x, y, z 顆雞蛋且 $x+y+z=24$,
 $\because x, y$ 為奇數, $\therefore z$ 為偶數,
 令 $x=2k_1+1, y=2k_2+1, z=2k_3+2, k_1, k_2, k_3 \geq 0$ (題意說每個籃子都要有雞蛋),
 $\therefore (2k_1+1)+(2k_2+1)+(2k_3+2)=24 \Rightarrow k_1+k_2+k_3=10$
 $\therefore H_{10}^3 = C_{10}^{12} = C_2^{12} = \frac{12 \times 11}{1 \times 2} = 66$, 故選(2).

108 年學測 數學科 選填題第 B 題

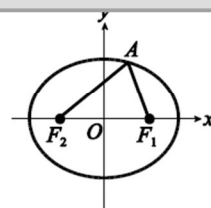
B. 如圖 (此為示意圖), A, B, C, D 是橢圓 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{16} = 1$ 的頂點。若四邊形 $ABCD$ 的面積

為 58, 則 $a = \frac{\textcircled{16} \textcircled{17}}{\textcircled{18}}$ 。(化為最簡分數)



【ALL PASS】學習評量卷第 14 回 第 1 題

(2) 1. 如右圖, 設橢圓 Γ 方程式為 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$, 其中 F_1, F_2 為兩焦點, 若 A 是 Γ 上任一點, 則 $\triangle AF_1F_2$ 的周長 =
(1) 25 (2) 16 (3) 18 (4) 9 (5) 6.



解 $\Gamma: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1 \Rightarrow a=5, b=4 \therefore c=3$
 $\therefore \triangle AF_1F_2$ 周長 $= \overline{AF_1} + \overline{AF_2} + \overline{F_1F_2} = 2a + 2c = 10 + 6 = 16$
 故選(2).



108 學測命題特色

前言

受少子化現象影響，學測報考人數逐年減少，今年約有 13 萬 8 千多人報考，大學入學競爭仍是激烈。今年為減輕考生壓力，首度改採「選考」，不用 5 科全考，大學招生最多只能參採 4 科，並可將部分科目合為一個組合，作為分發比序（繁星推薦）、倍率篩選（個人申請）的項目。然而根據大考中心統計，報考數學的考生有 13 萬 6 千多人，幾乎人人報考。

甄選入學仍是升大學的主流，今年「繁星推薦入學」共有 66 所大學、1784 校系參加，提供 1 萬 6371 個招生名額。而「個人申請入學」則有 68 所大學、2092 個學系參加，提供 5 萬 4978 個招生名額。兩個管道總計招生名額超過 7 萬個，使得這份學測試題受到多方的關注。

99 課綱將數學課程的內容簡化，採用此課綱的學測已七年，整體的難易度如下：

- 102 年第一次採用，出乎大家意料的難；
- 103 年第二次採用，將難易度調回來了，是一份難易適中的試題；
- 104 年第三次採用，又是意外的難；
- 105 年第四次採用，調回難易適中；
- 106 年第五次採用，再回到難的一方；
- 107 年第六次採用，又調回難易適中；
- 108 年第七次採用，七年來最簡單，會讓放棄數學的人很後悔。

現就個人見解，針對今年的試題提出以下幾點分析與建議。

歷年題型分配

今年試題的題型沒有改變，仍然包含單選題、多選題及選填題三大題，各大題的題數略有更動，但總題數（20 題）及配分（每題 5 分）則維持不變。

年度 \ 題型	單選題	多選題	選填題	總題數
102 年	6	6	8	20
103 年	6	6	8	20
104 年	4	6	10	20
105 年	6	7	7	20
106 年	7	6	7	20
107 年	7	5	8	20
108 年	6	7	7	20

108 學測試題分布

今年試題的分布如下表（單元名稱的劃分是依據 99 課綱）：

冊	章	單元名稱	題號	配分	小計
一	1	數與式	8	5	25
	2	多項式函數	2, 12	10	
	3	指數、對數函數	3, 5	10	
二	1	數列與級數	7	5	25
	2	排列、組合	4	5	
	3	機率	9, 11	10	
	4	數據分析	6	5	
三	1	三角	10, E	10	25
	2	直線與圓	1, C	10	
	3	平面向量	G	5	
四	1	空間向量	F	5	25
	2	空間中的平面與直線	13, D	10	
	3	矩陣	A	5	
	4	二次曲線	B	5	

觀察上表後，有以下看法：

1. 若以冊來分類，配分相當平均，各冊均占 25 分。
2. 若以章來分類，每一章都至少出一題，這應是學測的命題原則。

試題評析

底下針對今年數學考題作評析：

1. 第 1 題：只考距離的概念，不須計算，這個難度很適合放第 1 題，但需注意 A 點不算在內。
2. 第 2 題：根據方程式解的定義，或利用因式分解，兩種方法都可解出。
3. 第 3 題：一開始使用指數律化簡是顯然的，但接著求正整數解時，就必須有分類的概念，有鑑別度。
4. 第 4 題：題意明確、生活化，是比往年簡單的排列組合題目。
5. 第 5 題：了解對數的定義，及指數函數 $y=10^x$ 是遞增函數，就可解出。
6. 第 6 題：結合相關係數的意義及直線斜率的定義，題目新穎，是不錯的素養題，樂見這種考題。
7. 第 7 題：等差數列是學生很熟悉的數列，此題用一個等差數列的項來定義一數列，再問此數列的大小順序，及是否仍為等差數列，不會太困難。
8. 第 8 題：很簡單的數線問題，答對率應該很高。
9. 第 9 題：了解機率的定義便可解出。但若能將「任取兩數」改為「任取相異兩數」，則題意較明確。
10. 第 10 題：三角形三個內角都是銳角且大小順序很容易排出，在此前提下，選項只問它們的三角比大小，很佛心。
11. 第 11 題：題目敘述有點長，數據有點多，但只要根據題意，再利用機率的定義，就可解出。
12. 第 12 題：這麼多數學符號，狀似嚇人，其實只要了解多項式的除法定理，就可解出，而且還算是常見的題目。
13. 第 13 題：「求過不共線三點的平面方程式」是教學的重點，且根據課程內容設計選項，可見出題者的用心。
14. 第 A 題：結合矩陣的乘法及解二元聯立方程式設計的題目，難度低，放選填題的第一題很適合。
15. 第 B 題：考二次曲線的標準式，符合課綱。但若能加上「 $a > 0$ 」的條件，則更理想。
16. 第 C 題：學測常會出現不需用到高中數學就可解出的題目，此題就是。
17. 第 D 題：讀懂題目，再用文氏圖表達，最後解三元一次聯立方程式。是一道結合時事與課程的素養題。
18. 第 E 題：依題意求出各個角度，就可發現大三角形內有一個正三角形及一個等腰三角形，再利用餘弦定理求出另一個三角形的一邊長。
19. 第 F 題：簡單有創意的空間概念題。
20. 第 G 題：放在試卷的最後一題應是命題者認為最難的一題，這題與往年的最後一題比較，難度中下，不僅如此，它還有多種解法，足見命題者設定這份考題的難度不高。
21. 有「概念題」：今年有考單一概念的題目，如第 2 題。
22. 數據美化：數據的設計可看出命題者的用心，如第 11 題。
23. 選項細膩：答案與選項相同的設計可避免考生誤答，如第 1 題。
24. 計算量適當，符合學測精神。
25. 跨章節的題目量適當。

結語

整體而言，題目靈活，文字閱讀量及計算量適中，只要掌握基本觀念就能作答，難度中偏易，出現好幾題不錯的題目（如第 4、6、11、13、C、D、F 題），是一份有鑑別度的試題。這也意味著數學將是今年甄選入學的關鍵科目。

未來命題趨勢

大考中心所列數學考科的測驗目標，為評量考生是否具備「概念性」、「程序性」及「解題能力」等三方面的知識與能力。學測應以評量前二項為主，較偏向概念性知識與程序性知識。往年這三方面知能的試題各約占三分之一，今年應符合這個組題原則。相信大考中心會審慎檢視這份試卷，讓來年的試題都符合學測評量的目標。

在 99 課綱的框架內，對未來學測的命題趨勢有以下幾點看法：

1. 基本概念：著重基本概念的靈活應用，一直是學測命題的中心想法。因此，加強基本概念的練習是必做的功課。
2. 素養題：這必然是將來的命題趨勢。因為這類試題的敘述往往會比一般的題目長，所以應培養仔細閱讀題目的耐性，及加強將問題與教材連結的能力。
3. 熱門單元：有幾個預期會考的單元沒出現，反而可能會成為明年的大熱門，值得注意。例如：線性規劃、算幾不等式、轉移矩陣、標準差等。
4. 三星以下的單元：指考對標示三星以下的單元是不直接命題的，這些單元往往會出在學測，例如：二次曲線（一星），數列與級數（二星），數與式（二星）等。
5. 跨章節題：學測從 14 個單元中命 20 題，必然會有幾題涵蓋兩個單元以上，也藉此提高試題的鑑別度。因此，加強單元與單元之間的連結能力，多練習跨章節的題目，才能在眾多考生中勝出。

以上提出個人淺見供大家參考，尚祈前輩先進們不吝賜教。



第壹部分：選擇題 (占 65 分)

一、單選題 (占 30 分)

(此份試卷解題係依據大學考試中心於 108 年 1 月 27 日所公告之答案為主)

說明：第 1 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1 直線與圓

點 $A(1,0)$ 在單位圓 $\Gamma: x^2 + y^2 = 1$ 上。試問： Γ 上除了 A 點以外，還有幾個點到直線 $L: y = 2x$ 的距離，等於 A 點到 L 的距離？

(1)1 個 (2)2 個 (3)3 個 (4)4 個 (5)0 個。

出處：龍騰版《數學 3》第 2 章 直線與圓

《【ALL PASS】數學學測總複習講義》第 9 單元 直線與圓

解題觀念：點到直線的距離、兩平行直線的距離。

答案：(3)

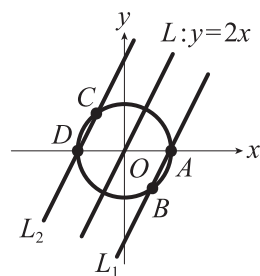
解析：如右圖，過 A 點作直線 L_1 平行直線 L 交圓 Γ 於 B 點；

在直線 L 的另一側，再作一直線 L_2 ，

使得三平行直線 L_1, L, L_2 等距離，並交圓 Γ 於 C, D 兩點。

因此，圓 Γ 上除了 A 點外，還有 B, C, D 三點到直線 L 的距離，等於 A 點到直線 L 的距離。

故選(3)。





2 多項式方程式

下列哪一個選項是方程式 $x^3 - x^2 + 4x - 4 = 0$ 的解？（註： $i = \sqrt{-1}$ ）

(1) $-2i$ (2) $-i$ (3) i (4) 2 (5) 4 .

出 處：龍騰版《數學 1》第 2 章 多項式函數

《【ALL PASS】數學學測總複習講義》第 2 單元 多項式函數

解題觀念：方程式解的定義、解方程式。

答 案：(1)

解 析：將 5 個選項逐一代入方程式檢查：

$$(1) (-2i)^3 - (-2i)^2 + 4(-2i) - 4 = 8i - (-4) - 8i - 4 = 0 .$$

$$(2) (-i)^3 - (-i)^2 + 4(-i) - 4 = i - (-1) - 4i - 4 = -3 - 3i \neq 0 .$$

$$(3) i^3 - i^2 + 4i - 4 = -i - (-1) + 4i - 4 = -3 + 3i \neq 0 .$$

$$(4) 2^3 - 2^2 + 4 \times 2 - 4 = 8 - 4 + 8 - 4 = 8 \neq 0 .$$

$$(5) 4^3 - 4^2 + 4 \times 4 - 4 = 60 \neq 0 .$$

故選(1)。

〈另解〉

將方程式因式分解，得

$$x^2(x-1) + 4(x-1) = 0 \Rightarrow (x-1)(x^2+4) = 0 ,$$

解得 $x = 1$ 或 $\pm 2i$.

故選(1)。

3 指數

試問共有多少組正整數 (k, m, n) 滿足 $2^k 4^m 8^n = 512$?

(1)1組 (2)2組 (3)3組 (4)4組 (5)0組 .

出處：龍騰版《數學1》第3章 指數、對數函數

《【ALL PASS】數學學測總複習講義》第3單元 指數與對數函數

解題觀念：指數律、正整數解的個數 .

答案：(3)

解析：依題意，利用指數律，得

$$2^k 2^{2m} 2^{3n} = 512 \Rightarrow 2^{k+2m+3n} = 2^9,$$

再得 $k + 2m + 3n = 9$.

因為 k, m, n 為正整數，所以 $n = 1, 2$.

當 $n = 1$ 時， (m, k) 有 $(1, 4)$ ， $(2, 2)$ 共2組解 .

當 $n = 2$ 時， (m, k) 有 $(1, 1)$ 共1組解 .

因此，共有 $2 + 1 = 3$ 組解 .

故選(3) .

4 排列

廚師買了豬、雞、牛三種肉類食材以及白菜、豆腐、香菇三種素類食材 . 若廚師想用完這六種食材作三道菜，每道菜可以只用一種食材或用多種食材，但每種食材只能使用一次，且每道菜一定要有肉，試問食材的分配共有幾種方法?

(1)3 (2)6 (3)9 (4)18 (5)27 .

出處：龍騰版《數學2》第2章 排列、組合

《【ALL PASS】數學學測總複習講義》第5單元 排列、組合

解題觀念：乘法原理、重複排列 .

答案：(5)

解析：依題意，三道菜恰一肉類，分別為豬、雞、牛 .

因為白菜、豆腐、香菇的分配各有豬、雞、牛3種選擇，所以由乘法原理，得食材的分配共有 $3 \times 3 \times 3 = 27$ 種方法 .

故選(5) .

**5 對數**

設正實數 b 滿足 $(\log 100)(\log b) + \log 100 + \log b = 7$. 試選出正確的選項 .

(1) $1 \leq b \leq \sqrt{10}$ (2) $\sqrt{10} \leq b \leq 10$ (3) $10 \leq b \leq 10\sqrt{10}$ (4) $10\sqrt{10} \leq b \leq 100$ (5) $100 \leq b \leq 100\sqrt{10}$.

出 處：龍騰版《數學 1》第 3 章 指數、對數函數

《【ALL PASS】數學學測總複習講義》第 3 單元 指數與對數函數

解題觀念：對數的定義、解對數方程式 .

答 案：(4)

解 析：因為 $\log 100 = 2$, 所以

$$2\log b + 2 + \log b = 7 \Rightarrow 3\log b = 5 \Rightarrow \log b = \frac{5}{3} .$$

解得 $b = 10^{\frac{5}{3}}$.

又因為 $10^{\frac{3}{2}} < 10^{\frac{5}{3}} < 10^2$, 所以 $10\sqrt{10} < b < 100$.

故選(4) .

6 二維數據分析

某超商依據過去的銷售紀錄，冬天平均氣溫在 6°C 到 24°C 時，每日平均售出的咖啡數量與當天的平均氣溫之相關係數為 -0.99 ，部分紀錄如下表。

平均氣溫 ($^{\circ}\text{C}$)	11	13	15	17	19	21
平均售出量 (杯)	512	437	361	279	203	135

某日平均氣溫為 8°C ，依據上述資訊推測，試問該日賣出的咖啡數量應接近下列哪一個選項？

(1) 570 杯 (2) 625 杯 (3) 700 杯 (4) 755 杯 (5) 800 杯。

出處：龍騰版《數學 2》第 4 章 數據分析

《【ALL PASS】數學學測總複習講義》第 7 單元 數據分析

解題觀念：相關係數的意義、直線的斜率。

答案：(2)

解析：因為相關係數為 -0.99 ，所以散佈圖的所有點會相當靠近一條斜率為負的直線 L 。觀察紀錄表中平均售出量的變化：

平均氣溫 ($^{\circ}\text{C}$)	11	13	15	17	19	21
平均售出量 (杯)	512	437	361	279	203	135

$\underbrace{\quad}_{-75}$ $\underbrace{\quad}_{-76}$ $\underbrace{\quad}_{-82}$ $\underbrace{\quad}_{-76}$ $\underbrace{\quad}_{-68}$

得知：平均氣溫每增加 2°C ，平均售出量約減少 76 杯。因此，直線 L 的斜率約為

$$\frac{-76}{2} = -38 .$$

令 8°C 賣出的咖啡數量為 x 。由直線斜率的定義，得

$$\frac{512 - x}{11 - 8} \approx -38 \Rightarrow x \approx 626 .$$

故選(2)。



二、多選題（占 35 分）

說明：第 7 題至第 13 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

7 數列

設各項都是實數的等差數列 a_1, a_2, a_3, \dots 之公差為正實數 α 。試選出正確的選項。

- (1) 若 $b_n = -a_n$ ，則 $b_1 > b_2 > b_3 > \dots$
- (2) 若 $c_n = a_n^2$ ，則 $c_1 < c_2 < c_3 < \dots$
- (3) 若 $d_n = a_n + a_{n+1}$ ，則 d_1, d_2, d_3, \dots 是公差為 α 的等差數列
- (4) 若 $e_n = a_n + n$ ，則 e_1, e_2, e_3, \dots 是公差為 $\alpha + 1$ 的等差數列
- (5) 若 f_n 為 a_1, a_2, \dots, a_n 的算術平均數，則 f_1, f_2, f_3, \dots 是公差為 α 的等差數列。

出處：龍騰版《數學 2》第 1 章 數列與級數

《【ALL PASS】數學學測總複習講義》第 4 單元 數列與級數

解題觀念：等差數列的定義及其性質。

答案：(1)(4)

解析：(1) 因為公差為正數，所以 $a_1 < a_2 < a_3 < \dots$ 。因此，

$$-a_1 > -a_2 > -a_3 > \dots$$

$$\text{即 } b_1 > b_2 > b_3 > \dots$$

(2) 當 $\langle a_n \rangle: -3, -2, -1$ 時， $\langle c_n \rangle: 9, 4, 1$ ，此時 $c_1 > c_2 > c_3$ 。

(3) 當 $\langle a_n \rangle: 1, 2, 3, 4$ 時， $\langle d_n \rangle: 3, 5, 7$ 不是公差為 1 的等差數列。

(4) 因為

$$e_{n+1} - e_n = (a_{n+1} + (n+1)) - (a_n + n) = (a_{n+1} - a_n) + 1 = \alpha + 1,$$

所以 $\langle e_n \rangle$ 是公差為 $\alpha + 1$ 的等差數列。

(5) 當 $\langle a_n \rangle: 1, 2, 3, 4$ 時， $\langle f_n \rangle: 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}$ 不是公差為 1 的等差數列。

故選(1)(4)。

8 數線

在數線上，甲從點 -8 開始做等速運動，同時乙也從點 10 開始做等速運動，乙移動的速率是甲的 a 倍，且 $a > 1$ 。試選出正確的選項。

- (1)若甲朝負向移動而乙朝正向移動，則他們會相遇
- (2)若甲朝負向移動且乙朝負向移動，則他們不會相遇
- (3)若甲朝正向移動而乙朝負向移動，則乙先到達原點 0
- (4)若甲朝正向移動且乙朝正向移動，則他們之間的距離會越來越大
- (5)若甲朝正向移動而乙朝負向移動，且他們在點 -2 相遇，則 $a = 2$ 。

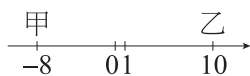
出處：龍騰版《數學1》第1章 數與式

《【ALL PASS】數學學測總複習講義》第1單元 數與式

解題觀念：數線上的幾何。

答案：(4)(5)

解析：依題意，得甲、乙兩人的位置如下：



- (1) 甲向左、乙向右移動，他們不會相遇。
- (2) 因為乙的速率較快，所以兩人都向左移動，乙會追到甲。
- (3) 令甲的速率為 1 ，乙的速率為 1.1 ，且在時刻 t 時相遇，

$$\text{則 } t + 1.1t = 18, \text{ 解得 } t = \frac{18}{2.1} = \frac{60}{7}.$$

此時乙位於 $10 - 1.1 \times \frac{60}{7} = \frac{4}{7}$ 處，還未到達原點 0 。

- (4) 因為乙的速率較快，所以兩人都向右移動，他們之間的距離會越來越遠。
- (5) 因為在點 -2 相遇，所以甲走 6 、乙走 12 ，因此 $a = \frac{12}{6} = 2$ 。

故選(4)(5)。

9 機率

從 $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ 這七個數字中隨機任取兩數。試選出正確的選項。

- (1)其和大於 10 的機率為 $\frac{1}{7}$
- (2)其和小於 5 的機率為 $\frac{1}{7}$
- (3)其和為奇數的機率為 $\frac{4}{7}$
- (4)其差為偶數的機率為 $\frac{5}{7}$
- (5)其積為奇數的機率為 $\frac{2}{7}$ 。



出處：龍騰版《數學2》第3章 機率

《【ALL PASS】數學學測總複習講義》第6單元 機率

解題觀念：機率的定義。

答案：(3)(5)

解析：樣本空間的元素個數為 $C_2^7 = 21$ 。

(1) 因為和大於 10 有 (4,7), (5,6), (5,7), (6,7) 共 4 種，所以機率為 $\frac{4}{21}$ 。

(2) 因為和小於 5 有 (1,2), (1,3) 共 2 種，所以機率為 $\frac{2}{21}$ 。

(3) 因為和為奇數，所以兩數為一奇數一偶數，其機率為 $\frac{C_1^4 C_1^3}{21} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$ 。

(4) 因為差為偶數，所以兩數為二奇數或二偶數，

其機率為 $\frac{C_2^4 + C_2^3}{21} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$ 。

(5) 因為積為奇數，所以兩數均為奇數，其機率為 $\frac{C_2^4}{21} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$ 。

故選(3)(5)。

10 三角

在 $\triangle ABC$ 中，已知 $50^\circ \leq \angle A < \angle B \leq 60^\circ$ 。試選出正確的選項。

(1) $\sin A < \sin B$ (2) $\sin B < \sin C$ (3) $\cos A < \cos B$ (4) $\sin C < \cos C$ (5) $\overline{AB} < \overline{BC}$ 。

出處：龍騰版《數學3》第1章 三角

《【ALL PASS】數學學測總複習講義》第8單元 三角

解題觀念：三角形的幾何性質、三角比的定義。

答案：(1)(2)

解析：因為 $50^\circ \leq \angle A < \angle B \leq 60^\circ$ ，所以 $60^\circ < \angle C < 80^\circ$ 。

因此， $50^\circ \leq \angle A < \angle B < \angle C < 90^\circ$ 。

(1) 因為 $0^\circ < \angle A < \angle B < 90^\circ$ ，所以 $\sin A < \sin B$ 。

(2) 因為 $0^\circ < \angle B < \angle C < 90^\circ$ ，所以 $\sin B < \sin C$ 。

(3) 因為 $0^\circ < \angle A < \angle B < 90^\circ$ ，所以 $\cos A > \cos B$ 。

(4) 因為 $45^\circ < \angle C < 90^\circ$ ，所以 $\sin C > \cos C$ 。

(5) 因為 $\angle C > \angle A$ ，所以 $\overline{AB} > \overline{BC}$ 。

故選(1)(2)。

11 機率

某地區衛生機構成功訪問了 500 人，其中年齡為 50–59 歲及 60 歲（含）以上者分別有 220 名及 280 名。這 500 名受訪者中，120 名曾做過大腸癌篩檢，其中有 75 名是在一年之前做的，有 45 名是在一年之內做的。已知受訪者中，60 歲（含）以上者曾做過大腸癌篩檢比率是 50–59 歲者曾做過大腸癌篩檢比率的 3.5 倍。試選出正確的選項。

- (1) 受訪者中年齡為 60 歲（含）以上者超過 60%
 (2) 由受訪者中隨機抽取兩人，此兩人的年齡皆落在 50–59 歲間的機率大於 0.25
 (3) 由曾做過大腸癌篩檢的受訪者中隨機抽取兩人，其中一人在一年之內受檢而另一人在一年之前受檢的機率為 $2 \times \left(\frac{45}{120}\right)\left(\frac{75}{119}\right)$
 (4) 這 500 名受訪者中，未曾做過大腸癌篩檢的比率低於 75%
 (5) 受訪者中 60 歲（含）以上者，曾做過大腸癌篩檢的人數超過 90 名。

出處：龍騰版《數學 2》第 3 章 機率

《【ALL PASS】數學學測總複習講義》第 6 單元 機率

解題觀念：機率的定義。

答案：(3)(5)

解析：依題意，得

$$(1) \text{ 年齡為 60 歲（含）以上者占 } \frac{280}{500} = 56\% < 60\% .$$

$$(2) \text{ 機率為 } \frac{C_2^{220}}{C_2^{500}} = \frac{220 \times 219}{500 \times 499} = \frac{220}{500} \times \frac{219}{499} < \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 0.25 .$$

$$(3) \text{ 機率為 } \frac{C_1^{45} C_1^{75}}{C_2^{120}} = \frac{45 \times 75}{120 \times 119} = 2 \times \frac{45}{120} \times \frac{75}{119} .$$

$$(4) \text{ 比率為 } \frac{500-120}{500} = \frac{380}{500} = 76\% .$$

(5) 設 60 歲（含）以上且曾做過大腸癌篩檢有 x 人。依題意，得

$$\begin{aligned} \frac{x}{280} &= \frac{120-x}{220} \times 3.5 \Rightarrow \frac{x}{280} = \frac{120-x}{220} \times \frac{7}{2} \\ &\Rightarrow 440x = 280 \times 120 \times 7 - 1960x \\ &\Rightarrow 2400x = 280 \times 120 \times 7 , \end{aligned}$$

解得 $x = 98$ ，即超過 90 人。

故選(3)(5)。

**12 多項式**

設 $f_1(x)$, $f_2(x)$ 為實係數三次多項式, $g(x)$ 為實係數二次多項式. 已知 $f_1(x)$, $f_2(x)$ 除以 $g(x)$ 的餘式分別為 $r_1(x)$, $r_2(x)$. 試選出正確的選項.

- (1) $-f_1(x)$ 除以 $g(x)$ 的餘式為 $-r_1(x)$
- (2) $f_1(x)+f_2(x)$ 除以 $g(x)$ 的餘式為 $r_1(x)+r_2(x)$
- (3) $f_1(x)f_2(x)$ 除以 $g(x)$ 的餘式為 $r_1(x)r_2(x)$
- (4) $f_1(x)$ 除以 $-3g(x)$ 的餘式為 $-\frac{1}{3}r_1(x)$
- (5) $f_1(x)r_2(x)-f_2(x)r_1(x)$ 可被 $g(x)$ 整除.

出處：龍騰版《數學 1》第 2 章 多項式函數

《【ALL PASS】數學學測總複習講義》第 2 單元 多項式函數

解題觀念：除法原理及其應用.

答案：(1)(2)(5)

解析：依題意，利用除法定理，可設

$$f_1(x) = g(x)q_1(x) + r_1(x),$$

$$f_2(x) = g(x)q_2(x) + r_2(x),$$

其中 $q_1(x)$, $q_2(x)$ 為一次多項式, $r_1(x)$, $r_2(x)$ 為一次多項式或常數多項式.

$$(1) \text{ 因為 } -f_1(x) = -g(x)q_1(x) - r_1(x) = g(x)[-q_1(x)] + [-r_1(x)],$$

且 $-r_1(x)$ 的次數低於二次，所以餘式為 $-r_1(x)$.

$$(2) \text{ 因為 } f_1(x) + f_2(x) = g(x)[q_1(x) + q_2(x)] + [r_1(x) + r_2(x)],$$

且 $r_1(x) + r_2(x)$ 的次數低於二次，所以餘式為 $r_1(x) + r_2(x)$.

(3) 因為 $r_1(x)r_2(x)$ 可能為二次多項式，所以不一定是餘式.

$$(4) \text{ 因為 } f_1(x) = g(x)q_1(x) + r_1(x) = -3g(x)\left[-\frac{1}{3}q_1(x)\right] + r_1(x),$$

且 $r_1(x)$ 的次數低於二次，所以餘式為 $r_1(x)$.

$$(5) \text{ 因為 } f_1(x)r_2(x) - f_2(x)r_1(x) = [g(x)q_1(x) + r_1(x)]r_2(x) - [g(x)q_2(x) + r_2(x)]r_1(x) \\ = g(x)[q_1(x)r_2(x) - q_2(x)r_1(x)],$$

所以此選項正確.

故選(1)(2)(5).

13 平面方程式

坐標空間中有一平面 P 過 $(0,0,0)$ ， $(1,2,3)$ 及 $(-1,2,3)$ 三點。試選出正確的選項。

- (1) 向量 $(0,3,2)$ 與平面 P 垂直
- (2) 平面 P 與 xy 平面垂直
- (3) 點 $(0,4,6)$ 在平面 P 上
- (4) 平面 P 包含 x 軸
- (5) 點 $(1,1,1)$ 到平面 P 的距離是 1。

出處：龍騰版《數學 4》第 2 章 空間中的平面與直線

《【ALL PASS】數學學測總複習講義》第 12 單元 空間中的平面與直線

解題觀念：向量的外積、兩平面的關係、平面方程式、點到平面的距離公式。

答案：(3)(4)

解析：因為平面 P 過 $O(0,0,0)$ ， $A(1,2,3)$ ， $B(-1,2,3)$ 三點，所以外積

$$\vec{OA} \times \vec{OB} = (1,2,3) \times (-1,2,3) = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 2 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix} = (0, -6, 4)$$

為平面 P 的一個法向量。又因為平面 P 過點 $O(0,0,0)$ ，所以 P 的方程式為 $-6y + 4z = 0 \Rightarrow 3y - 2z = 0$ 。

(1) 因為 $(0,3,2)$ 與平面 P 的法向量 $(0,3,-2)$ 不平行，所以 $(0,3,2)$ 與平面 P 不垂直。

(2) 因為 xy 平面： $z=0$ 的法向量為 $(0,0,1)$ ，且

$$(0,0,1) \cdot (0,3,-2) = -2 \neq 0,$$

即兩法向量不垂直，所以兩平面不垂直。

(3) 因為 $3 \times 4 - 2 \times 6 = 0$ ，所以點 $(0,4,6)$ 在平面 P 上。

(4) 因為 x 軸上兩點 $O(0,0,0)$ 與 $(1,0,0)$ 都在平面 P 上，所以平面 P 包含 x 軸。

(5) 利用點到平面的距離公式，得

$$d = \frac{|3 \times 1 - 2 \times 1|}{\sqrt{0^2 + 3^2 + (-2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{13}}.$$

故選(3)(4)。



第貳部分：選填題 (占 35 分)

說明：1.第 A 至 G 題，將答案畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」所標示的列號(14-30)
2.每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A 矩陣

設 x, y 為實數，且滿足 $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -6 \end{bmatrix}$ ，則 $x+3y = \underline{\textcircled{14}\textcircled{15}}$ 。

出處：龍騰版《數學 4》第 3 章 矩陣

《【ALL PASS】數學學測總複習講義》第 13 單元 矩陣

解題觀念：矩陣的相等、矩陣的乘法。

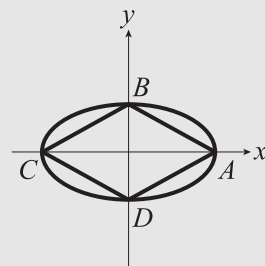
答案：-4

解析：由矩陣的乘法，得 $\begin{cases} 3x-y+3=6 \\ 2x+4y-1=-6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x-y=3 \\ 2x+4y=-5 \end{cases}$ ，

解得 $x = \frac{1}{2}$ ， $y = -\frac{3}{2}$ 。故 $x+3y = \frac{1}{2} + 3 \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -4$ 。

B 二次曲線

如圖(此為示意圖)， A, B, C, D 是橢圓 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{16} = 1$ 的頂點。若四邊形 $ABCD$ 的面積為 58，則 $a = \underline{\frac{\textcircled{16}\textcircled{17}}{\textcircled{18}}}$ 。(化為最簡分數)



出處：龍騰版《數學 4》第 4 章 二次曲線

《【ALL PASS】數學學測總複習講義》第 14 單元 二次曲線

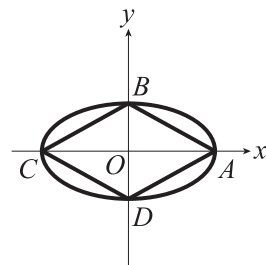
解題觀念：橢圓的標準式、三角形的面積。

答案： $\frac{29}{4}$

解析：由橢圓的標準式，得知 $\overline{OA} = a$ ， $\overline{OB} = 4$ 。

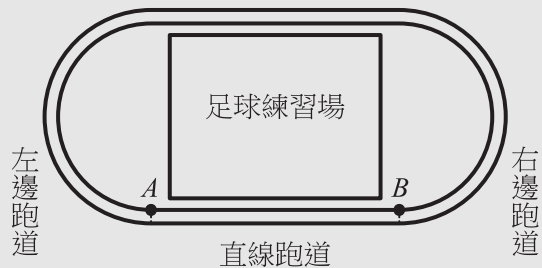
因為四邊形 $ABCD$ 的面積等於 $\triangle OAB$ 面積的 4 倍，

所以 $4 \times \frac{a \times 4}{2} = 58 \Rightarrow 8a = 58$ ，解得 $a = \frac{29}{4}$ 。



C 圓

某高中已有一個長 90 公尺、寬 60 公尺的足球練習場。若想要在足球練習場的外圍鋪設內圈總長度為 400 公尺的跑道，跑道規格為左右兩側各是直徑相同的半圓，而中間是上下各一條的直線跑道，直線跑道與足球練習場的長邊平行（如示意圖）。則圖中一條直線跑道 \overline{AB} 長度的最大可能整數值為 19 20 21 公尺。



出處：龍騰版《數學 3》第 2 章 直線與圓

《【ALL PASS】數學學測總複習講義》第 9 單元 直線與圓

解題觀念：圓的周長。

答案：105

解析：設內圈左右兩半圓的半徑都是 r 公尺。因為內圈總長度 400 公尺，

$$\text{所以 } 2\pi r + 2\overline{AB} = 400 \Rightarrow \overline{AB} = \frac{400 - 2\pi r}{2} = 200 - \pi r \text{ 公尺。}$$

$$\text{當 } r = \frac{60}{2} = 30 \text{ 時， } \overline{AB} \text{ 有最大值 } 200 - 30\pi \approx 200 - 30 \times 3.14 = 105.8 \text{ 公尺。}$$

故 \overline{AB} 的最大可能整數值為 105 公尺。

D 三元一次聯立方程式

某次選舉中進行甲、乙、丙三項公提案，每項公提案一張選票，投票人可選擇領或不領。投票結束後清點某投票所的選票，發現甲案有 765 人領票、乙案有 537 人領票、丙案有 648 人領票，同時領甲、乙、丙三案公投票的有 224 人，並且每個人都至少領了兩張公投票。根據以上資訊，可知同時領甲、乙兩案但沒有領丙案公投票者共有 22 23 24 人。

出處：龍騰版《數學 4》第 2 章 空間中的平面與直線

《【ALL PASS】數學學測總複習講義》第 12 單元 空間中的平面與直線

解題觀念：文氏圖、解聯立方程式。

答案：215



解 析：依題意，畫文氏圖如右，且

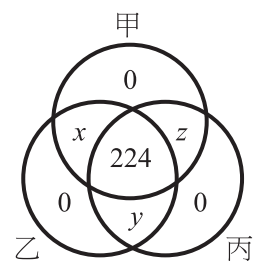
$$\begin{cases} x+z+224=765 \\ x+y+224=537 \\ y+z+224=648 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+z=541 \\ x+y=313 \\ y+z=424 \end{cases}$$

將三式相加後，再整理得

$$x+y+z = \frac{541+313+424}{2} = 639 .$$

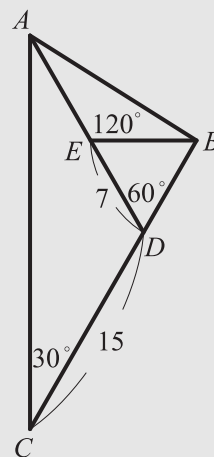
再得 $x = 639 - 424 = 215$.

故同時領甲、乙兩案但沒有領丙案者共有 215 人 .



E 餘弦定理

如圖（此為示意圖），在 $\triangle ABC$ 中， \overline{AD} 交 \overline{BC} 於 D 點， \overline{BE} 交 \overline{AD} 於 E 點，且 $\angle ACB = 30^\circ$ ， $\angle EDB = 60^\circ$ ， $\angle AEB = 120^\circ$. 若 $\overline{CD} = 15$ ， $\overline{ED} = 7$ ，則 $\overline{AB} =$ 25 26 .



出 處：龍騰版《數學3》第1章 三角

《【ALL PASS】數學學測總複習講義》第8單元 三角

解題觀念：解三角形 .

答 案：13

解 析：依題意，可推得

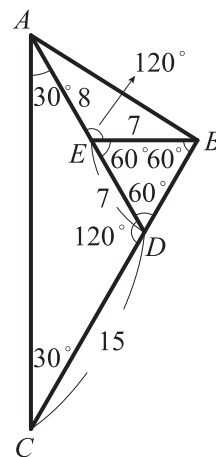
$\triangle BDE$ 為正三角形， $\triangle ACD$ 為等腰三角形 .

因此， $\overline{BE} = 7$ ， $\overline{AE} = 15 - 7 = 8$.

在 $\triangle ABE$ 中，利用餘弦定理，得

$$\overline{AB}^2 = 8^2 + 7^2 - 2 \times 8 \times 7 \times \cos 120^\circ = 64 + 49 + 56 = 169 .$$

故 $\overline{AB} = 13$.



F 空間概念

坐標空間中，考慮有一個頂點在平面 $z=0$ 上、且有另一個頂點在平面 $z=6$ 上的正立方體。則滿足前述條件的正立方體之邊長最小可能值為 27 $\sqrt{28}$ 。（化成最簡根式）

出處：龍騰版《數學4》第1章 空間向量

《【ALL PASS】數學學測總複習講義》第11單元 空間向量

解題觀念：兩平行平面的距離、正立方體對角線長。

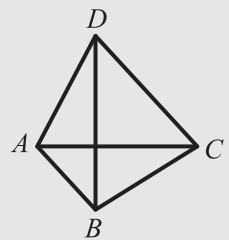
答案： $2\sqrt{3}$

解析：設正立方體的邊長為 a 。

因為正立方體兩頂點最遠的距離為對角線長 $\sqrt{3}a$ ，且兩平行平面 $z=0$ 與 $z=6$ 的距離為 6，所以當 $\sqrt{3}a=6$ 時， a 有最小值 $\frac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$ 。

G 平面向量

如圖（此為示意圖）， A, B, C, D 為平面上的四個點。已知 $\vec{BC} = \vec{AB} + \vec{AD}$ ， \vec{AC} 、 \vec{BD} 兩向量等長且互相垂直，則 $\tan \angle BAD =$ 29/30。



出處：龍騰版《數學3》第3章 平面向量

《【ALL PASS】數學學測總複習講義》第10單元 平面向量

解題觀念：向量的拆解、三角比的定義、和角公式。

答案：-3



解 析：依題意，令 $\overline{AC} = \overline{BD} = 1$ ， $\overline{OA} = a$ ， $\overline{OB} = b$ ，並定坐標如圖。

因為 $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ ，所以

$$(1-a, b) = (a, -b) + (a, 1-b) = (2a, 1-2b),$$

得 $1-a = 2a$ 且 $b = 1-2b$ ，

解得 $a = \frac{1}{3}$ ， $b = \frac{1}{3}$ 。因此

$$\tan \angle OAD = \frac{1-b}{a} = 2 \text{ 且 } \tan \angle OAB = \frac{b}{a} = 1.$$

利用和角公式，得

$$\tan \angle BAD = \tan(\angle OAD + \angle OAB) = \frac{2+1}{1-2 \times 1} = -3.$$

〈另解〉

利用向量的拆解，得

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}.$$

代入 $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ ，得 $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ ，

整理得 $\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{AB}$ ，即

$$\overline{DC} \parallel \overline{AB} \text{ 且 } \overline{DC} = 2\overline{AB}.$$

因此， $\triangle OCD \sim \triangle OAB$ ，且

$$\frac{\overline{OC}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OD}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{DC}}{\overline{AB}} = 2,$$

得 $\overline{AC} = \overline{OA} + \overline{OC} = 3\overline{OA}$ 且 $\overline{BD} = \overline{OB} + \overline{OD} = 3\overline{OB}$ 。

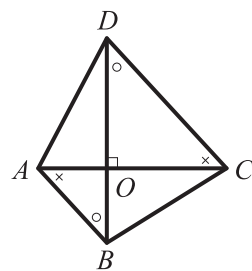
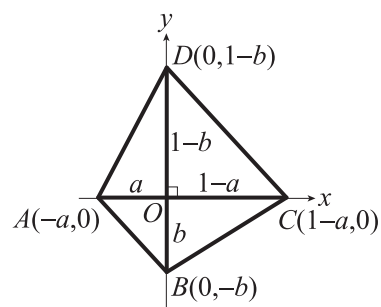
因為 \overline{AC} 與 \overline{BD} 等長，所以 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 。

又因為 \overline{AC} 與 \overline{BD} 互相垂直，所以

$$\tan \angle OAD = \frac{\overline{OD}}{\overline{OA}} = \frac{2\overline{OB}}{\overline{OA}} = 2 \text{ 且 } \tan \angle OAB = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = 1.$$

利用和角公式，得

$$\tan \angle BAD = \tan(\angle OAD + \angle OAB) = \frac{2+1}{1-2 \times 1} = -3.$$



參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$ ；

首項為 a ，公比為 r ($r \neq 1$) 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ 。

2. 三角函數的和角公式： $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$ ，

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B，$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}。$$

3. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑)；

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ 。

4. 一維數據 X ： x_1, x_2, \dots, x_n ，

$$\text{算術平均數 } \mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i，$$

$$\text{標準差 } \sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \left(\left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) - n\mu_X^2 \right)}。$$

5. 二維數據 (X, Y) ： $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，

$$\text{相關係數 } r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}，$$

迴歸直線 (最適合直線) 方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$ 。

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$ 。

7. 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$ 。

8. 角錐體積 = $\frac{1}{3}$ 底面積 \times 高。