108 年 四技二專

統一入學測驗

數學（A）

一、試題分析

108 年數學(A)各章節出題分配算歷年來最平均的一屆,唯同學最害怕的對數(log)一題都沒有，對認真且付出大量時間去弄懂此部分的同學算是一大遺憾！整份試卷的難度較去年差異不大，但有些題目是以往統測，甚至坊間參考書少見的題型，看似不難，但實際計算會發現程度中等以下的學生難以在時間內做完！所以平均分數可能會較去年下降 4～6 分左右。

❶基本公式題：

第1題：向量的基本公式代入求解。
第7題：簡單的直線排列與機率的結合。
第8題：常態分布。
第11題：扇形弧長及面積公式的使用。
第13題：多項式乘法，最簡單的一題。
第16題：利用斜率公式及兩直線垂直斜率相乘為-1。
第22題：簡單的組合題型。
第23題：利用圓外一點到圓的切線段長公式求解。
第25題：利用Σ的公式及等差、等比級數求和的公式即可解題。

❷基本概念題：

第3題：基本的任意角三角函數求值。
第5題：倍數與次方的應用。
第9題：圖表的判讀。
第14題：最常見的排列題型，只需注意個位數為0與個位數非0要分開算即可求解。

❸稍微有點變化題：

第2題：利用根與係數的關係求解。

第4題：利用兩點求向量的觀念即可解題。

第10題：因式分解後，利用$\sin\theta$的值域判斷即可。

第12題：利用除法原理及餘式定理解題。

第18題：利用相異兩點在直線同側或異側公式解題。

第21題：列出所有可能情形即可。

第24題：等比數列公式。

❹需思考與計算較難的題目：

第6題：利用圓周上的點與x軸距離長短判斷。

第15題：利用正三角形三邊長相等的觀念解題。

第17題：二次函數恆負的條件。

第19題：繪出二元一次不等式圖形後，利用可行解區域求出目標函數的最大值。

第20題：二次方程式根的性質與立方差公式。

二、配分比例表

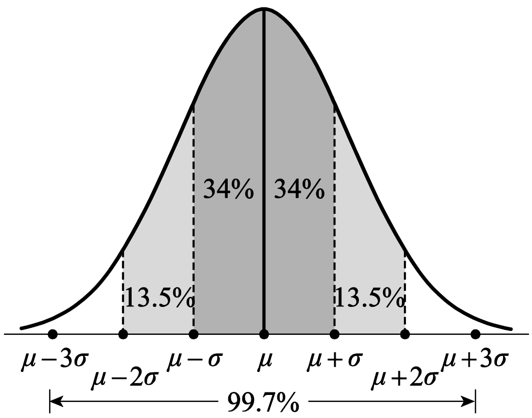
單元名稱	題數	單元名稱	題數
直線方程式	2	圓與直線	2
三角函數及其應用	3	數列與級數	2
向量	2	排列組合	2
式的運算	4	機率	2
指數與對數及其運算	1	統計	2
不等式及其應用	3		

總　　分

108 學年度四技二專統一入學測驗
數學(A)

數學 A 參考公式

1. 若α、β為一元二次方程式$ax^2+bx+c=0$的兩根，則$\alpha+\beta=\frac{-b}{a}$、$\alpha\beta=\frac{c}{a}$。
2. 首項為a_1，公差為d的等差數列，前n項之和為$S_n=\frac{n\left(2a_1+(n-1)d\right)}{2}$。
3. 首項為a_1，公比為r（$r\neq1$）的等比數列，前n項之和為$S=\frac{a_1\left(1-r^n\right)}{1-r}$。
4. 常態分配：



單選題（每題 4 分，共 100 分）

(　　) 1. 設$\overrightarrow{a}=(3,1)$、$\overrightarrow{b}=(-1,2)$、$\overrightarrow{c}=(3,8)$，且$\overrightarrow{c}=x\overrightarrow{a}+y\overrightarrow{b}$，則$x+y=$

(A) 7　(B) 5　(C) 3　(D) 2。

(　　) 2. 已知a、b為一元二次方程式$x^2+7x-15=0$的兩根，則下列何者是以$2a$、$2b$為兩根的方程式？

(A) $x^2-14x-30=0$　(B) $x^2-14x-60=0$　(C) $x^2+14x-30=0$
(D) $x^2+14x-60=0$。

(　　) 3. $\tan225°+\sec(-30°)-\csc120°=$

(A) 1　(B) -1　(C) $1+\frac{4\sqrt{3}}{3}$　(D) $-1-\frac{4\sqrt{3}}{3}$。

(　　) 4. 若 A、B 為直線 $3x+4y=5$ 上相異的兩點，且向量 $\overrightarrow{AB}=(a,b)$，則 $6a+8b-5=$

(A) -10　(B) -5　(C) 5　(D) 10。

(　　) 5. 同學在細菌培養的實驗中，發現 A 細菌從開始經 3 小時數目由 500 成長至 600，假設 A 細菌呈指數函數成長，試問從開始經 9 小時，A 細菌的數目最接近下列哪一個數？

(A) 720　(B) 864　(C) 1037　(D) 1800。

(　　) 6. 平面上三個圓方程式，分別為

圓 A：$x^2+y^2+4x-8y+16=0$，

圓 B：$x^2+y^2-4x-10y+19=0$，

圓 C：$(x-1)^2+(y+3)^2=4$，

設三圓的圓心同時以相同速率往 x 軸方向做垂直移動，且 a、b、c 分別表示圓 A、B、C 最早碰觸 x 軸所需時間，則下列何者正確？

(A) $a>b>c$　(B) $a>c>b$　(C) $b>a>c$　(D) $c>b>a$。

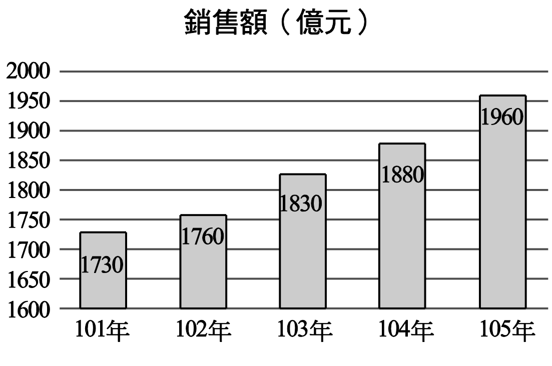
(　　) 7. 幼兒園中從大、中、小班各派二位小朋友共六位，由左向右排成一列玩遊戲，若每位小朋友排在任一位置機率相同，則同班小朋友均相鄰的機率為何？

(A) $\dfrac{1}{120}$　(B) $\dfrac{1}{90}$　(C) $\dfrac{1}{30}$　(D) $\dfrac{1}{15}$。

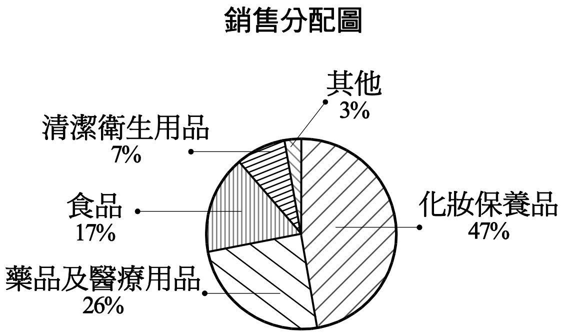
(　　) 8. 某校高三有 2000 位學生，數學段考成績呈常態分布，平均成績 65 分，標準差 8 分，小明預估成績在高三數學排名介在 3 至 50 名之間，則合乎他預估分數的最接近區間為何？

(A) $[65,81]$　(B) $[57,73]$　(C) $[81,89]$　(D) $[87,95]$。

(　　) 9. 國內自 101 年至 105 年藥妝零售業每年銷售額的長條圖，如圖(一)，而其中 105 年藥妝零售業銷售分配圓形圖，如圖(二)，求該年銷售分配比重最高的前二類銷售金額差距為何？（單位：億元）



圖(一)



圖(二)

(A) 411.6　(B) 394.8　(C) 284.6　(D) 176.4。

(　　) 10. 已知 $\sin^2\theta=\cos^2\theta-3\sin\theta+1$，且 $0<\theta<\frac{\pi}{2}$，則 $\theta=$

(A) $15°$　(B) $30°$　(C) $45°$　(D) $60°$。

(　　) 11. 若一扇形的面積為 $\frac{27\pi}{2}$，弧長為 $\frac{9\pi}{2}$，則此扇形的圓心角為何？

(A) $\frac{\pi}{4}$　(B) $\frac{\pi}{3}$　(C) $\frac{2\pi}{3}$　(D) $\frac{3\pi}{4}$。

(　　) 12. 已知多項式 $f(x)$ 除以 $x-1$ 得到商式 $g(x)$ 以及餘數3，且 $g(x)$ 除以 $x-2$ 得到餘數6，則 $f(x)$ 除以 $x-2$ 的餘數為何？

(A) 6　(B) 9　(C) 15　(D) 21。

(　　) 13. 將 $(x^5-x^4+x^3-x^2+x-1)(x^2-x+1)$ 展開，可得下列何式？

(A) $x^7-x^6+x^5-x^4+x^3-x^2+x-1$
(B) $x^7+x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1$
(C) $x^7-2x^6-3x^5-3x^4-3x^3-3x^2-2x-1$
(D) $x^7-2x^6+3x^5-3x^4+3x^3-3x^2+2x-1$。

(　　) 14. 由 0、1、2、3、4、5、6 七個數字中取三個相異數字排成三位數的偶數，則方法有幾種？

(A) 60　(B) 90　(C) 105　(D) 120。

(　　) 15. 已知正三角形 ABC 的三個頂點分別為 $A(a,b)$、$B(-1,1)$、$C(1,-1)$，則 $ab=$

(A) 1　(B) 2　(C) 3　(D) 4。

(　　) 16. 設直線 L 通過 $A(-k,2)$、$B(1,2k)$ 兩點，且與直線 L_2：$x+5y-5=0$ 互相垂直，則 $k=$

(A) $-\frac{7}{3}$　(B) $-\frac{3}{7}$　(C) $\frac{9}{11}$　(D) $\frac{11}{9}$。

(　　) 17. 設 a 為實數，若 $ax^2-2ax+2a+3<0$ 的解為任意實數，則下列何者正確？

(A) $a<-3$　(B) $-3<a<0$　(C) $0<a<3$　(D) $a>3$。

(　　) 18. 已知兩直線 L_1：$x-2y+3=0$ 和 L_2：$2x+y-1=0$，若 A、B 二點在 L_1 的異側且 A、C 二點在 L_2 的同側，其中 A、B、C 三點坐標分別為 $A(-2,k)$、$B(k,3)$ 和 $C(-k,-k)$，則實數 k 的範圍為何？

(A) $\frac{-1}{3}<k<\frac{1}{2}$ 或 $3<k<5$　(B) $\frac{1}{2}<k<5$　(C) $k<\frac{-1}{3}$ 或 $k>3$　(D)無解。

(　　) 19. 某飼料工廠製造一包豬飼料需要大豆5公斤、玉米2公斤；製造一包雞飼料需要大豆2公斤、玉米3公斤；此工廠共有大豆200公斤、玉米180公斤，若每包豬飼料可獲利22元，且每包雞飼料可獲利44元，試求其可獲得之最大利潤為何？

(A) 2310元　(B) 2480元　(C) 2560元　(D) 2640元。

(　　) 20. 已知 a 為實數，若一元二次方程式 $(a-1)x^2+a^3x+(a^2+a+1)=0$ 的解為兩相同實根，則 $a=$

(A) $\sqrt{3}$　(B) $\sqrt[3]{3}$　(C) $\sqrt{2}$　(D) $\sqrt[3]{2}$。

(　　) 21. 甲生忘了金融卡密碼的最後三個數字 abc，但他記得 $a<b<c$，均為 1、2、3、4、5、6 中的數字，且其和 $a+b+c$ 為5的倍數，若甲生依上述條件猜測一組密碼，則甲生猜中的機率為何？

(A) $\frac{1}{30}$　(B) $\frac{1}{5}$　(C) $\frac{1}{4}$　(D) $\frac{1}{3}$。

(　　) 22. 由十男十女共二十人中選出十人，其中三個是男生，七個是女生，則有多少種選法？

(A) 120　(B) 14400　(C) C_{10}^{20}　(D) $7!\times 3!$。

(　　) 23. 若點 $P(3,4)$ 到圓 $2x^2+2y^2-4x+6y+1=0$ 之切線段長度為 $\frac{a\sqrt{14}}{2}$，則 $a=$

(A) 7　(B) 5　(C) 3　(D) 2。

(　　) 24. 設 $\langle a_k \rangle$ 為公比 -2 的等比數列，已知 $a_1a_3=12$，則 $a_1^2+a_2^2+a_3^2+a_4^2=$

(A) 219　(B) 237　(C) 246　(D) 255。

(　　) 25. $\sum_{k=1}^{10}(2^k+3k+2)=$

(A) 2229　(B) 2230　(C) 2231　(D) 2232。

108 年統一入學測驗 數學(A)

答案

1.B	2.D	3.A	4.B	5.B	6.A	7.D	8.C	9.A	10.B
11.D	12.B	13.D	14.C	15.C	16.A	17.A	18.A	19.D	20.D
21.C	22.B	23.C	24.D	25.C					

本試題答案係依據統一入學測驗中心公布之標準答案

1. 技巧與分析

若 $\overrightarrow{A}=(a_1,a_2)$，$\overrightarrow{B}=(b_1,b_2)$

(1) $r\times\overrightarrow{A}=(ra_1,ra_2)$（$r$ 為實數）

(2) $\overrightarrow{A}+\overrightarrow{B}=(a_1+b_1,a_2+b_2)$

(3) $\overrightarrow{A}=\overrightarrow{B}$，則 $a_1=b_1$ 且 $a_2=b_2$

解析

$\because \overrightarrow{c}=x\overrightarrow{a}+y\overrightarrow{b}$

$\therefore (3,8)=x(3,1)+y(-1,2)=(3x-y,x+2y)$

$\Rightarrow\begin{cases}3x-y=3\\x+2y=8\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=2\\y=3\end{cases}$

故 $x+y=2+3=5$

2. 技巧與分析

根與係數的關係：

若 α 、β 為 $ax^2+bx+c=0$ 之兩根，則

$\begin{cases}\text{兩根和：}\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}\\ \text{兩根積：}\alpha\times\beta=\dfrac{c}{a}\end{cases}$

解析

$\because a$ 、b 為 $x^2+7x-15=0$ 的兩根

由根與係數的關係得：

$\begin{cases}a+b=-7\\a\times b=-15\end{cases}$

若一方程式的兩根為 $2a$ 、$2b$

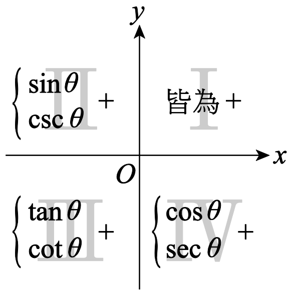
則 $\begin{cases}2a+2b=2(a+b)=-14\\2a\times 2b=4ab=-60\end{cases}$

故方程式為 $x^2-(-14)x+(-60)=0$

即 $x^2+14x-60=0$

3. 技巧與分析

三角函數值的正負判斷：



解析

$\tan 225°+\sec(-30°)-\csc 120°$

$=\tan 45°+\dfrac{1}{\cos(-30°)}-\dfrac{1}{\sin 120°}$

$=1+\dfrac{2}{\sqrt{3}}-\dfrac{2}{\sqrt{3}}=1$

4. 技巧與分析

若 $A(x_1,y_1)$ 、$B(x_2,y_2)$，則

$\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1,y_2-y_1)$

解析

設 $A(x_1,y_1)$ 、$B(x_2,y_2)$

則 $\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1,y_2-y_1)$

$\because A$ 、B 在 $3x+4y=5$ 上

$\therefore\begin{cases}3x_1+4y_1=5\cdots\cdots①\\3x_2+4y_2=5\cdots\cdots②\end{cases}$

②−① 得

$3(x_2-x_1)+4(y_2-y_1)=0$

$\because \overrightarrow{AB}=(a,b)$

$\therefore 3a+4b=0$

$\Rightarrow 6a+8b=0\Rightarrow 6a+8b-5=0-5=-5$

5. 技巧與分析

倍數與次方的概念

解析

A 細菌每 3 小時成長 $\frac{600}{500}=\frac{6}{5}$ 倍

$\therefore$ A 細菌 9 小時後成長 $\left(\frac{6}{5}\right)^3=\frac{216}{125}$ 倍

故 A 細菌數量為 $500\times\frac{216}{125}=864$ 個

6. 技巧與分析

向 x 軸做垂直移動就是 y 坐標的移動，圓周上的點靠 x 軸愈近則愈快碰觸到 x 軸

圓方程式：

(1) $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$，圓心 (h,k)，半徑 r

(2) $x^2+y^2+dx+ey+f=0$，圓心 $\left(-\frac{d}{2},-\frac{e}{2}\right)$，半徑為 $\frac{1}{2}\sqrt{d^2+e^2-4f}$

解析

圓 A：$x^2+y^2+4x-8y+16=0$

$\Rightarrow (x+2)^2+(y-4)^2=4$

圓 B：$x^2+y^2-4x-10y+19=0$

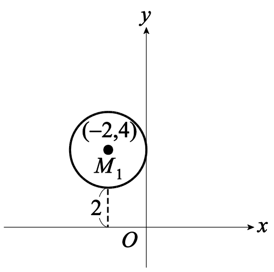
$\Rightarrow (x-2)^2+(y-5)^2=10$

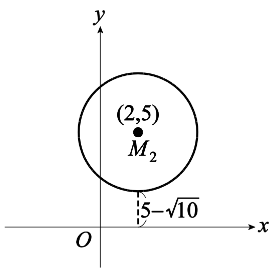
圓 C：$(x-1)^2+(y+3)^2=4$

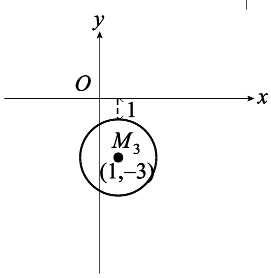
$\therefore$ 圓 A 的圓心 M_1 為 $(-2,4)$，半徑 $r_1=2$

圓 B 的圓心 M_2 為 $(2,5)$，半徑 $r_2=\sqrt{10}$

圓 C 的圓心 M_3 為 $(1,-3)$，半徑 $r_3=2$







由圖得知圓 A、B、C 與 x 軸最近距離分別為 2、$5-\sqrt{10}$、1

$\because$ 向 x 軸做垂直移動且碰觸 x 軸

且 $1<5-\sqrt{10}<2$（距離愈遠需時愈久）

$\therefore a>b>c$

7. 技巧與分析

n 個相異物做直線排列的方法數為 $n!$

解析

$P=\frac{3!\times2!\times2!\times2!}{6!}=\frac{48}{720}=\frac{1}{15}$

8. 技巧與分析

常態分布中，在平均數 ±2 個標準差之間的人數占全體的 95%，在平均數 ±3 個標準差之間的人數占全體的 99.7%

解析

$\because$ 第 50 名 $=\frac{50}{2000}=2.5\%$，

$1-2\times2.5\%=95\%$

且第 3 名 $=\frac{3}{2000}=0.15\%$，

$1-2\times0.15\%=99.7\%$

$\therefore$ 小明分數介於平均成績加 2 個標準差及平均成績加 3 個標準差之間

即小明的分數應介於 $65+2\times8=81$ 分及 $65+3\times8=89$ 分之間

故選(C)

9. 技巧與分析

直方圖與圓餅圖的圖表判斷

解析

105 年銷售分配比重最高的前二類分別為「化妝保養品」、「藥品及醫療用品」

$\therefore$ 銷售金額差距為

$1960\times(47\%-26\%)=411.6$ 億元

10. **技巧與分析**

三角函數的平方關係：$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$，

其中 $-1\le\sin\theta\le1$

解析

$\sin^2\theta=\cos^2\theta-3\sin\theta+1$

$\Rightarrow\sin^2\theta=\left(1-\sin^2\theta\right)-3\sin\theta+1$

$\Rightarrow2\sin^2\theta+3\sin\theta-2=0$

$\Rightarrow\left(2\sin\theta-1\right)\left(\sin\theta+2\right)=0$

$\Rightarrow\sin\theta=\dfrac{1}{2}$ 或 -2（不合，$-1\le\sin\theta\le1$）

$\because 0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$

$\therefore\theta=30^\circ$

11. **技巧與分析**

(1) 扇形弧長＝半徑×圓心角

(2) 扇形面積＝$\dfrac{1}{2}\times$(半徑)$^2\times$圓心角

解析

扇形面積＝$\dfrac{1}{2}\times$(半徑)$^2\times$圓心角

＝$\dfrac{1}{2}\times$半徑×(半徑×圓心角)

＝$\dfrac{1}{2}\times$半徑×弧長

$\because\dfrac{27}{2}\pi=\dfrac{1}{2}\times$半徑$\times\dfrac{9}{2}\pi$

$\therefore$半徑＝6

又弧長＝半徑×圓心角

$\therefore\dfrac{9}{2}\pi=6\times$圓心角$\Rightarrow$圓心角為$\dfrac{3}{4}\pi$

12. **技巧與分析**

(1) 除法原理：$f(x)\div g(x)=Q(x)\cdots\cdots R(x)$

$\Rightarrow f(x)=g(x)\times Q(x)+R(x)$

(2) 餘式定理：$f(x)\div(x-a)$的餘式為 $f(a)$

解析

由除法原理知

$f(x)=(x-1)\times g(x)+3$

又$\because g(x)=(x-2)q(x)+6$

$\therefore g(2)=6$

由餘式定理知

$f(x)\div(x-2)$的餘式為 $f(2)$

$\therefore f(2)=(2-1)\times g(2)+3=g(2)+3$

$=6+3=9$

13. **技巧與分析**

逐項展開再同類項合併

解析

$\left(x^5-x^4+x^3-x^2+x-1\right)\left(x^2-x+1\right)$

$=x^7-x^6+x^5-x^4+x^3-x^2$

$\quad-x^6+x^5-x^4+x^3-x^2+x$

$\quad+x^5-x^4+x^3-x^2+x-1$

$=x^7-2x^6+3x^5-3x^4+3x^3-3x^2+2x-1$

故選(D)

14. **技巧與分析**

乘法原理：完成一件事有 k 步驟

第一步：m_1 種方法

第二步：m_2 種方法

$\vdots$

第 k 步：m_k 種方法

可知完成這件事共有 $m_1\times m_2\times\cdots\times m_k$ 種方法

解析

〈法一〉

(i) 個位數為0時：

$\boxed{\ }\boxed{\ }\boxed{0}$：$6\times5=30$種

(ii) 個位數分別為2或4或6時：

$\boxed{\ }\boxed{\ }\boxed{{}^{2}4_{6}}$：$5\times5\times3=75$種

$30+75=105$種

〈法二〉

任意排列：$6\times6\times5=180$種

奇數排列：$\boxed{\ }\boxed{\ }\boxed{{}^{1}3_{5}}$：$5\times5\times3=75$種

偶數排列＝任意排列－奇數排列＝

$180-75=105$種

15. **技巧與分析**

兩點之距離公式：設 $A(x_1,y_1)$ 、 $B(x_2,y_2)$ 為相異兩點，則 $\overline{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

解析

$\because$ $\triangle ABC$ 為正三角形

$\therefore$ $\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{BC}$

$$\Rightarrow\sqrt{(a+1)^2+(b-1)^2}=\sqrt{(a-1)^2+(b+1)^2}$$
$$=\sqrt{(-2)^2+2^2}$$

即 $\begin{cases}(a+1)^2+(b-1)^2=8\\(a-1)^2+(b+1)^2=8\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}a^2+b^2+2a-2b=6\cdots\cdots①\\a^2+b^2-2a+2b=6\cdots\cdots②\end{cases}$

①–② $\quad 4a-4b=0\Rightarrow a=b$

①+② $\quad 2(a^2+b^2)=12\Rightarrow a^2+b^2=6$

又 $\because a=b$

$\therefore 2a^2=6\Rightarrow a^2=3\Rightarrow a=\pm\sqrt{3}=b$

$\therefore ab=(\pm\sqrt{3})^2=3$

16. **技巧與分析**

(1) 通過 $P(x_1,y_1)$、$Q(x_2,y_2)$ 兩點的直線斜率為 $\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$（其中 $x_1\neq x_2$）

(2) 若兩直線 L_1 與 L_2 垂直，則 $m_{L_1}\times m_{L_2}=-1$

解析

$\because L\perp L_2$

$\therefore m_L\times m_{L_2}=-1$

即 $\dfrac{2k-2}{1-(-k)}\times\left(-\dfrac{1}{5}\right)=-1$

$\Rightarrow\dfrac{2k-2}{1+k}=5\Rightarrow 2k-2=5+5k$

$\Rightarrow -3k=7\Rightarrow k=-\dfrac{7}{3}$

17. **技巧與分析**

若 $y=ax^2+bx+c$ 恆為負數，則

(1) $a<0$ $\quad$ (2) $b^2-4ac<0$

解析

$\because ax^2-2ax+(2a+3)<0$ 的解為任意實數

即 $ax^2-2ax+(2a+3)<0$ 恆成立

故① $a<0$

② 判別式 $D=(-2a)^2-4a(2a+3)<0$

$\Rightarrow 4a^2-8a^2-12a<0$

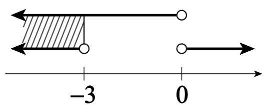
$\Rightarrow -4a^2-12a<0$

$\overset{\div 4}{\Rightarrow} a^2+3a>0$

$\Rightarrow a(a+3)>0$

得 $a<-3$ 或 $a>0$

由①②得 $a<-3$



18. **技巧與分析**

(1) $P(x_1,y_1)$ 、 $Q(x_2,y_2)$ 在直線 L ： $ax+by+c=0$ 的同側，則 $(ax_1+by_1+c)(ax_2+by_2+c)>0$

(2) $P(x_1,y_1)$ 、 $Q(x_2,y_2)$ 在直線 L ： $ax+by+c=0$ 的異側，則 $(ax_1+by_1+c)(ax_2+by_2+c)<0$

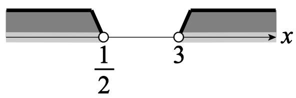
解析

$\because$ A 、 B 在 L_1 的異側

$\therefore (-2-2k+3)(k-(2\times 3)+3)<0$

$\Rightarrow(-2k+1)(k-3)<0$

$\Rightarrow(2k-1)(k-3)>0$



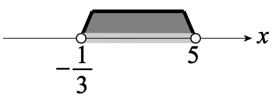
$\Rightarrow k<\dfrac{1}{2}$ 或 $k>3\cdots\cdots①$

又 $\because$ A 、 C 在 L_2 的同側

$\therefore((2\times(-2))+k-1)(-2k+(-k)-1)>0$

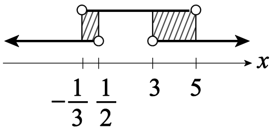
$\Rightarrow(k-5)(-3k-1)>0$

$\Rightarrow(k-5)(3k+1)<0$



$\Rightarrow -\dfrac{1}{3}<k<5\cdots\cdots②$

由①②



得$-\frac{1}{3}<k<\frac{1}{2}$或$3<k<5$

19. 技巧與分析

線性規劃的解法：

(1) 圖解聯立不等式，畫出可行解區域，並求出圖形之各頂點坐標

(2) 目標函數之最大值與最小值必發生在可行解區域之各頂點坐標上，將每一頂點分別代入目標函數中，即可求得其最大值與最小值

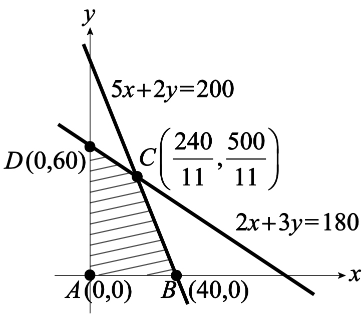
解析

設製造豬飼料 x 包，製造雞飼料 y 包

則$\begin{cases} x\ge 0 \\ y\ge 0 \\ 5x+2y\le 200 \\ 2x+3y\le 180 \end{cases}$

利潤函數為 $f(x,y)=22x+44y$

其可行解區域圖形為：



頂點 (x,y)	$A(0,0)$	$B(40,0)$	$C\left(\frac{240}{11},\frac{500}{11}\right)$	$D(0,60)$
$f(x,y)$ $=22x+44y$	0	880	2480	2640

得知最大利潤為 2640 元

20. 技巧與分析

(1) $a\ne 0$，$ax^2+bx+c=0$有相等實根，則判別式$D=b^2-4ac=0$

(2) $a^3-1=(a-1)(a^2+a+1)$

解析

∵是相同實根

∴判別式$D=(a^3)^2-4(a-1)(a^2+a+1)=0$

$\Rightarrow a^6-4(a^3-1)=0$

$\Rightarrow a^6-4a^3+4=0$

$\Rightarrow (a^3)^2-4a^3+4=0$

$\Rightarrow (a^3-2)^2=0$

$\Rightarrow a^3=2$

即$a=\sqrt[3]{2}$

21. 技巧與分析

列出所有可能之情形

解析

$\because a<b<c$

且$a+b+c$ 為5的倍數

符合條件的(a,b,c)情形有：

$a+b+c=10\ \begin{cases}(1,3,6)\\(1,4,5)\\(2,3,5)\end{cases}$

$a+b+c=15\ \{(4,5,6)$

共四種情形

∴甲生猜中密碼的機率為$\frac{1}{4}$

（從4種情形中找出1種正確的）

22. 技巧與分析

組合：n 中取 m 的組合方法數（C^n_m）

解析

$C^{10}_3\times C^{10}_7=120\times 120=14400$

23. 技巧與分析

圓方程式：$x^2+y^2+dx+ey+f=0$，

$P(x_1,y_1)$ 為圓外一點，則 P 到圓的切線段長

為 $\sqrt{x_1{}^2+y_1{}^2+dx_1+ey_1+f}$

解析

$\because$ 圓：$x^2+y^2-2x+3y+\dfrac{1}{2}=0$

$\therefore$ 切線段長

$=\sqrt{3^2+4^2-2\times3+3\times4+\dfrac{1}{2}}$

$=\sqrt{9+16-6+12+\dfrac{1}{2}}$

$=\sqrt{\dfrac{63}{2}}=\dfrac{\sqrt{126}}{2}=\dfrac{3\sqrt{14}}{2}=\dfrac{a\sqrt{14}}{2}$

$\therefore a=3$

24. 技巧與分析

等比數列第 n 項公式：$a_n=a_1\times r^{n-1}$

解析

$\because a_1\times a_3=12$

$\therefore a_1\times a_1\times(-2)^2=12$

$\Rightarrow a_1{}^2=3$

則 $a_1{}^2+a_2{}^2+a_3{}^2+a_4{}^2$

$=a_1{}^2+(a_1r)^2+(a_1r^2)^2+(a_1r^3)^2$

$=a_1{}^2+a_1{}^2r^2+a_1{}^2r^4+a_1{}^2r^6$

$=3+3\times(-2)^2+3\times(-2)^4+3\times(-2)^6$

$=3+12+48+192$

$=255$

25. 技巧與分析

(1) $\sum_{k=1}^{n}(a_k+b_k)=\sum_{k=1}^{n}a_k+\sum_{k=1}^{n}b_k$

(2) $\sum_{k=1}^{n}c=n\times c$（$c$ 為常數）

(3) $a_1+a_1r+a_1r^2+\cdots+a_1r^{n-1}=\dfrac{a_1\times(r^n-1)}{r-1}$

(4) $1+2+\cdots+n=\dfrac{(1+n)\cdot n}{2}$

解析

$\sum_{k=1}^{10}(2^k+3k+2)$

$=\sum_{k=1}^{10}2^k+\sum_{k=1}^{10}3k+\sum_{k=1}^{10}2$

$=(2^1+2^2+\cdots+2^{10})+3\times(1+2+\cdots+10)$

$+10\times2$

$=\dfrac{2\times(2^{10}-1)}{2-1}+3\times\dfrac{(1+10)\times10}{2}+20$

$=2046+165+20$

$=2231$