107 年 四技二專

統一入學測驗

數學（A）

一、試題分析

107 年數學(A)各章節都有出題，但以「式的運算」、「不等式及其應用」兩章節均出現 4 題為史上最多，尤其是「不等式及其應用」，往年出題均為 1～2 題。整份考題幾乎都是常見題型，與往年難易度相差不大，其中以第 21 題、第 22 題較難拿分。

❶基本公式題：檢視考生是否能清楚題意、熟悉公式。

第 1 題：多項式乘法，最簡單的一題。

第 2 題：簡單化簡後，利用兩平行線距離公式。

第 3 題：利用根與係數關係直接代入。

第 6 題：最簡單的組合題型。

第 7 題：向量基本公式代入，即可求解。

第 9 題：因式分解求出後，判斷 $\sin x$ 的值域範圍。

第 10 題：標準的餘式定理考題，代入公式即可。

第 11 題：兩向量垂直內積為 0。

第 12 題：最標準的餘式定理考題，代入公式即可。

第 13 題：很常見的一元二次不等式題目。

第 15 題：線性規劃標準題型。

第 19 題：期望值標準題型。

❷基本觀念題：著重考生對各單元觀念的理解。

第 4 題：簡單移項整理即可求值。

第 5 題：多項式基本概念。

第 14 題：此題只要慢慢一一列出即可。

第 18 題：此題只要依定義耐心計算即可拿到分數。

第 23 題：取捨原理的基本題型。

第 24 題：機率標準題型。

第 25 題：此題考平均數與標準差的觀念，無須計算亦可知道答案。

❸稍微有點變化題，但不難

第 8 題：餘弦函數 $\cos x$ 在四個象限的正負，與遞增、遞減觀念。

第 16 題：此題型近幾年幾乎沒有出現過，須以兩圓關係的觀念來解題。

第 17 題：此題要做四次選項代入的判斷，較為耗時，但使用觀念其實不難。

第 20 題：除了詳解的方法之外，此題亦可以求出 a 之值，再將 b 代入檢測，但較為耗時。

❹需思考與計算較久的難題

第 21 題：此題除了考對數觀念之外，是所有題目中計算最為繁瑣的題目，小數要相除的步驟太多，容易計算錯誤，是 25 題中最難拿分的。

第 22 題：此題要用到等差中項的概念，但一開始的 Σ 符號，可能就會嚇到考生了。

二、配分比例表

單元名稱	題數	單元名稱	題數
直線方程式	2	圓與直線	2
三角函數及其應用	3	數列與級數	2
向量	2	排列組合	1
式的運算	4	機率	3
指數與對數及其運算	1	統計	1
不等式及其應用	4		

總　分

107 學年度四技二專統一入學測驗

數學 (A)

數學 A 參考公式

1. 若α、β為一元二次方程式$ax^2+bx+c=0$的兩根，則$\alpha+\beta=\dfrac{-b}{a}$、$\alpha\beta=\dfrac{c}{a}$，
   其兩根公式解為$\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$。
2. 點$P(x_0,y_0)$到直線L：$ax+by+c=0$的距離為$\dfrac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$。
3. 首項為a_1，公差為d的等差數列，第n項為$a_n=a_1+(n-1)d$，前n項之和為
   $S_n=\dfrac{n\left(2a_1+(n-1)d\right)}{2}$。
4. 首項為a_1，公比為r的等比數列，第n項為$a_n=a_1\cdot r^{n-1}$。
5. 設有一組母體資料$x_1, x_2, \cdots, x_N$，其算術平均數為μ，則母體標準差為
   $\sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{N}(x_i-\mu)^2}{N}}$。
6. $\triangle ABC$的餘弦定理：$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$。

單選題（每題 4 分，共 100 分）

(　　) 1. 若$f(x)=x^3-5x^2-4$與$g(x)=x+7$為兩多項式，則$f(x)\cdot g(x)$的x^3項係數為何？
(A)12　(B)2　(C)1　(D)-8。

(　　) 2. 平面上L_1：$y=\dfrac{-3}{4}x+\dfrac{1}{4}$與$L_2$：$6x+8y=-13$為兩直線方程式，則$L_1$與$L_2$的距離為何？
(A)$\dfrac{6}{5}$　(B)$\dfrac{3}{2}$　(C)3　(D)12。

(　　) 3. 若α，β為$x^2+2x-7=0$的兩根，則$\alpha^2+3\alpha\beta+\beta^2=$
(A)-3　(B)-2　(C)2　(D)3。

(　　) 4. 滿足不等式$\dfrac{2x+5}{4}\le\dfrac{x-7}{3}$的最大整數$x=$

(A)-19　(B)-20　(C)-21　(D)-22。

(　　) 5. 若$f(x)=(a^2+a-2)x^2+(a+2)x+a$為一次多項式，$g(x)=(b-3)x+2018$為零次多項式，則數對$(a,b)=$

(A)$(3,1)$　(B)$(1,0)$　(C)$(2,3)$　(D)$(1,3)$。

(　　) 6. 某幼兒園共有大班 6 班、中班 4 班及小班 3 班。若聖誕晚會需要從大班選取 4 班、中班選取 3 班及小班選取 2 班來支援，其搭配方式有幾種可能？

(A)180　(B)240　(C)360　(D)720。

(　　) 7. 若$\overrightarrow{a}=(2,-2\sqrt{3})$及$\overrightarrow{b}=(1,0)$，則$\overrightarrow{a}$與$\overrightarrow{b}$的夾角為何？

(A)$\dfrac{\pi}{6}$　(B)$\dfrac{\pi}{3}$　(C)$\dfrac{2\pi}{3}$　(D)$\dfrac{5\pi}{3}$。

(　　) 8. 若$a=\cos\left(\dfrac{\pi}{5}\right)$、$b=\cos\left(\dfrac{3\pi}{5}\right)$且$c=\cos\left(\dfrac{6\pi}{5}\right)$，則$a$、$b$、$c$之大小關係為何？

(A)$a>b>c$　(B)$b>a>c$　(C)$b>c>a$　(D)$c>b>a$。

(　　) 9. 若$0\le\theta\le\pi$且$9\sin^2\theta+3\sin\theta-2=0$，則$\sin\theta=$

(A)$\dfrac{-2}{3}$　(B)$\dfrac{-1}{3}$　(C)$\dfrac{1}{3}$　(D)$\dfrac{2}{3}$。

(　　) 10. 若$\triangle ABC$中，$\overline{AB}=4$、$\overline{BC}=5$、$\overline{CA}=6$且$\theta=\angle BAC$，則$\sin\theta=$

(A)$\dfrac{\sqrt{7}}{16}$　(B)$\dfrac{3\sqrt{7}}{16}$　(C)$\dfrac{5\sqrt{7}}{16}$　(D)$\dfrac{3\sqrt{7}}{8}$。

(　　) 11. 若$\left|\overrightarrow{a}\right|=1$，$\left|\overrightarrow{b}\right|=2$且$\overrightarrow{a}$垂直$\overrightarrow{b}$，則$\left|\overrightarrow{a}-2\overrightarrow{b}\right|=$

(A)17　(B)$\sqrt{17}$　(C)3　(D)$\sqrt{7}$。

(　　) 12. 若$f(x)=(x+1)^{200}+2x+1$，則$f(x)$除以$x+2$的餘式為何？

(A)-4　(B)-2　(C)4　(D)6。

(　　) 13. 若b、c為實數，且$x^2+bx+c\ge0$的解為$x\le1$或$x\ge3$，則$2b+3c=$

(A)-2　(B)-1　(C)0　(D)1。

(　　) 14. 滿足二元一次不等式$2x+3y-12\le0$的正整數解x與y，所成的(x,y)數對共有多少組？

(A)8　(B)10　(C)12　(D)15。

( ) 15. 若x與y滿足聯立不等式$\begin{cases} 2x+y\le 8 \\ x+3y\le 9 \\ x\ge 0，y\ge 0 \end{cases}$，則$f(x,y)=2x+3y$的最大值為何？

(A)6 (B)8 (C)12 (D)16。

( ) 16. 平面上兩圓方程式各別為C_1：$x^2+y^2-2x+6y=6$以及

C_2：$(x-a)^2+(y-b)^2=c^2$，若圓C_1上的所有點都在圓C_2內，下列敘述何者恆為真？

(A)$(1-a)^2+(3+b)^2<(c-4)^2$ (B)$(1-a)^2+(3+b)^2>(c-4)^2$

(C)$c<4$ (D)$c=4$。

( ) 17. 平面上一圓方程式為C：$(x-3)^2+(y-2)^2=1$以及一直線方程式為

L：$ax+by=1$，下列何組數據(a,b)使得C及L的關係為相交於兩點？

(A)$(3,4)$ (B)$(3,-4)$ (C)$(8,6)$ (D)$(12,-5)$。

( ) 18. 若等比數列$a_1, a_2, a_3, \cdots, a_8$的首項$a_1=2$，且前四項的乘積

$a_1\times a_2\times a_3\times a_4=2^{16}$，則後四項的乘積$a_5\times a_6\times a_7\times a_8=$

(A)2^{32} (B)2^{48} (C)2^{64} (D)2^{80}。

( ) 19. 針對來勢洶洶的腸病毒，政府鼓勵藥廠開發新藥，針對臨床實驗結果給予不一樣的補助，成功治癒給予10萬元、病情持平給予3萬元及病情惡化給予6000元。若某種新藥對於治癒、持平及惡化的機率各為$\frac{1}{2}$、$\frac{1}{3}$及$\frac{1}{6}$，則開發此種新藥的期望值為何？

(A)61000 元 (B)86000 元 (C)100000 元 (D)136000 元。

( ) 20. 若平面上兩直線L_1：$y=ax+b$與L_2：$x+2y-2=0$互相垂直，且L_1與L_2與另一直線L_3：$x-2y+10=0$無法圍成一個三角形，則下列何者正確？

(A)$a=-2$ (B)$a=\frac{1}{2}$ (C)$b=5$ (D)$b=11$。

( ) 21. 若$\log 2$的近似值為0.3010，則滿足$2^{10}<\left(\frac{5}{4}\right)^n<2^{20}$的正整數$n$共有多少個？

(A)29 (B)30 (C)31 (D)32。

( ) 22. 若等差級數$\sum_{k=10}^{1018}a_k$之值為 2018，則$a_{514}=$

(A)2018 (B)1008 (C)514 (D)2。

(　　) 23. 某麵包店欲招募人力，初選方式需具備烘焙西點丙級證照以及2年以上業界經驗，若有20個人投履歷，其中僅有2人兩條件都<u>不符合</u>，16人符合證照要求，11人符合2年以上業界經驗，則從此20人隨機選取1人，符合初選條件的機率為何？

(A)$\frac{18}{20}$　(B)$\frac{16}{20}$　(C)$\frac{9}{20}$　(D)$\frac{5}{20}$ 。

(　　) 24. 某大藥廠針對 Z 型流感，研發出10種不一樣的新藥，全部的藥對某人的臨床反應只有治癒或無效兩種可能，且機率相同，則這10種新藥中，恰有6種對此人治癒的機率為何？

(A)$\frac{5}{512}$　(B)$\frac{1}{64}$　(C)$\frac{15}{256}$　(D)$\frac{105}{512}$ 。

(　　) 25. 某次數學測驗，全班50人成績的平均為A，標準差為B，若<u>小統</u>跟<u>小策</u>的成績各為29分以及41分，老師特別允許他們重新測驗，兩人新成績各為30分及40分，且全班新成績平均為C，標準差為D，下列敘述何者恆為真？

(A)$A>C$　(B)$C>A$　(C)$B>D$　(D)$D>B$ 。

107 年統一入學測驗　數學(A)

答　案

1.B	2.B	3.A	4.D	5.D	6.A	7.B	8.A	9.C	10.C
11.B	12.B	13.D	14.A	15.C	16.A	17.B	18.B	19.A	20.D
21.C	22.D	23.C	24.D	25.C					

本試題答案係依據統一入學測驗中心於 107 年 5 月 7 日公布之標準答案

1. 技巧與分析

配對找出相乘為 x^3 即可，不用全部乘開

解析

$\left(x^3-5x^2-4\right)\left(x+7\right)$

$-5x^3$

$7x^3$

故 $f\left(x\right)\cdot g\left(x\right)$ 的 x^3 項係數為 $7+\left(-5\right)=2$

2. 技巧與分析

兩平行線之距離：（ x 、 y 項係數要化為相同，常數項在等號同側）

設直線 L_1 ： $ax+by+c_1=0$ 與

L_2 ： $ax+by+c_2=0$ 為兩平行線

則 L_1 與 L_2 之距離為 $d=\dfrac{\left|c_1-c_2\right|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

解析

L_1 ： $y=\dfrac{-3}{4}x+\dfrac{1}{4}$

$\Rightarrow\quad 4y=-3x+1$

$\Rightarrow\quad 3x+4y-1=0$

$\Rightarrow\quad 6x+8y-2=0$

L_2 ： $6x+8y+13=0$

由兩平行線距離公式得知

$d\left(L_1,L_2\right)=\dfrac{\left|-2-13\right|}{\sqrt{6^2+8^2}}=\dfrac{15}{10}=\dfrac{3}{2}$

3. 技巧與分析

根與係數關係：設 α ， β 為 $ax^2+bx+c=0$ 之兩根，則

(1)兩根和 $\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}$

(2)兩根積 $\alpha\beta=\dfrac{c}{a}$

解析

$x^2+2x-7=0$

由根與係數關係得知

$\alpha+\beta=-\dfrac{2}{1}=-2$

$\alpha\beta=\dfrac{-7}{1}=-7$

又 $\alpha^2+3\alpha\beta+\beta^2$

$=\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2+\alpha\beta$

$=\left(\alpha+\beta\right)^2+\alpha\beta=\left(-2\right)^2-7$

$=-3$

4. 技巧與分析

去分母、整理、移項，注意取值的大小

解析

$\dfrac{2x+5}{4}\le\dfrac{x-7}{3}$

$\Rightarrow\quad 3\left(2x+5\right)\le 4\left(x-7\right)$

$\Rightarrow\quad 6x+15\le 4x-28$

$\Rightarrow\quad 6x-4x\le -28-15$

$\Rightarrow\quad 2x\le -43$

$\Rightarrow\quad x\le -\dfrac{43}{2}=-21.5$

故取 $x=-22$

5. 技巧與分析

多項式基本定義概念：設多項式

$f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+a_{n-2}x^{n-2}+\cdots+a_1x+a_0$

(1) 若 $f(x)$ 為 n 次，則 $a_n\neq 0$

(2) 若 $f(x)$ 為 $n-1$ 次，則 $a_n=0$ ，$a_{n-1}\neq 0$

解析

$\because\ f(x)=(a^2+a-2)x^2+(a+2)x+a$

為一次多項式，則

$$\begin{cases}a^2+a-2=0\\a+2\neq 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}(a+2)(a-1)=0\\a\neq -2\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a=-2\text{ 或 }1\\a\neq -2\end{cases}$$

$\therefore\ a=1$

$\because\ g(x)=(b-3)x+2018$ 為零次多項式

則 $b-3=0\ \Rightarrow\ b=3$

故數對 $(a,b)=(1,3)$

6. 技巧與分析

(1) 乘法原理：

設完成一件事需經過 k 個步驟，若完成第 i（$i=1$、2、$\cdots$、k）個步驟有 m_i 種方法，則完成此件事的方法數共有 $m_1\times m_2\times\cdots\times m_k$ 種

(2) 組合定義：

自 n 件相異物中，任取 m 件（不重複）（$0\le m\le n$）為一組，同一組內的物品若不計其先後順序，稱為「n 中取 m 的組合」，其組合數以符號 $C^n_m=\dfrac{P^n_m}{m!}$ 表示

解析

(1) 自 6 班大班任選 4 班，有 C^6_4 種方法

(2) 自 4 班中班任選 3 班，有 C^4_3 種方法

(3) 自 3 班小班任選 2 班，有 C^3_2 種方法

由乘法原理得知：

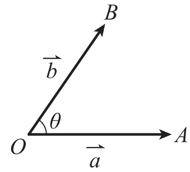
$$C^6_4\times C^4_3\times C^3_2=C^6_2\times C^4_1\times C^3_1=15\times 4\times 3=180\text{（種）}$$

7. 技巧與分析

向量內積的定義：

(1) 兩向量 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 的夾角為 θ ，則其內積為

$$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=\left|\overrightarrow{a}\right|\left|\overrightarrow{b}\right|\cos\theta$$



即 $\cos\theta=\dfrac{\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}}{\left|\overrightarrow{a}\right|\left|\overrightarrow{b}\right|}$

(2) 設兩向量 $\overrightarrow{a}=(a_1,a_2)$ ，$\overrightarrow{b}=(b_1,b_2)$ ，則

$$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=a_1b_1+a_2b_2$$

解析

$\overrightarrow{a}=(2,-2\sqrt{3})$

$\Rightarrow\ \left|\overrightarrow{a}\right|=\sqrt{2^2+(-2\sqrt{3})^2}=\sqrt{4+12}=4$

$\overrightarrow{b}=(1,0)\ \Rightarrow\ \left|\overrightarrow{b}\right|=\sqrt{1^2+0^2}=1$

$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=2\times 1+(-2\sqrt{3})\times 0=2$

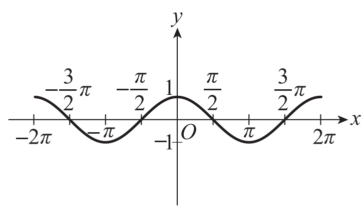
設 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 的夾角為 θ ，則

$$\cos\theta=\frac{\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}}{\left|\overrightarrow{a}\right|\left|\overrightarrow{b}\right|}=\frac{2}{4\times 1}=\frac{1}{2}$$

$\Rightarrow\ \theta=60^\circ=\dfrac{\pi}{3}$

8. 技巧與分析

$y=\cos x$ ，當 $0<x<\dfrac{\pi}{2}$ 時為遞減函數且函數值均為正數



解析

$a=\cos\dfrac{\pi}{5}>0$

$b=\cos\dfrac{3\pi}{5}=\cos\left(\pi-\dfrac{2\pi}{5}\right)=-\cos\dfrac{2\pi}{5}<0$

$c=\cos\frac{6\pi}{5}=\cos\left(\pi+\frac{\pi}{5}\right)=-\cos\frac{\pi}{5}<0$

又當 $0<\theta<\frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \quad \cos\theta>0$，且 $\cos\theta$ 為遞減函數

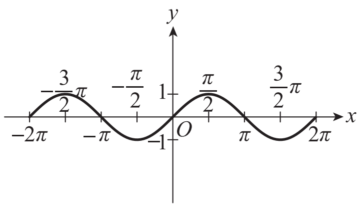
即 $\cos\frac{2\pi}{5}<\cos\frac{\pi}{5} \quad \Rightarrow \quad -\cos\frac{2\pi}{5}>-\cos\frac{\pi}{5}$

故 $a>b>c$

9. 技巧與分析

$y=\sin x$，值域：$-1\le\sin x\le 1$，即

$|\sin x|\le 1$



解析

$9\sin^2\theta+3\sin\theta-2=0$

$\Rightarrow \quad (3\sin\theta+2)(3\sin\theta-1)=0$

$\Rightarrow \quad \sin\theta=-\frac{2}{3}$ 或 $\frac{1}{3}$

但 $0\le\theta\le\pi \quad \Rightarrow \quad \sin\theta\ge 0$

故 $\sin\theta=-\frac{2}{3}$（不合）

所以 $\sin\theta=\frac{1}{3}$

10. 技巧與分析

餘弦定理：（S 表示邊長，A 表示角度）

(1) SAS 型：（已知兩邊與夾角求第三邊）

$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

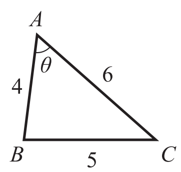
$b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$

$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

(2) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

解析

已知：



由餘弦定理得知：

$5^2=6^2+4^2-2\times6\times4\times\cos\theta$

$\Rightarrow \quad \cos\theta=\frac{6^2+4^2-5^2}{2\times6\times4}=\frac{9}{16}$

又 $\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\sqrt{1-\left(\frac{9}{16}\right)^2}$

$=\sqrt{\frac{16\times16-9\times9}{16\times16}}=\sqrt{\frac{175}{16\times16}}=\frac{5\sqrt{7}}{16}$

11. 技巧與分析

(1) 設 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 為兩非零向量，則

$\overrightarrow{a}\perp\overrightarrow{b} \Leftrightarrow \overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=0$

(2) 設向量 $\overrightarrow{a}=(a_1,a_2)$，$\overrightarrow{b}=(b_1,b_2)$，則

$\overrightarrow{a}\perp\overrightarrow{b} \Leftrightarrow a_1b_1+a_2b_2=0$

(3) $\left|\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}\right|^2=\left(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}\right)\cdot\left(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}\right)$

$=\left|\overrightarrow{a}\right|^2+2\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}+\left|\overrightarrow{b}\right|^2$

解析

$\because \quad \overrightarrow{a}\perp\overrightarrow{b} \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=0$

又 $\left|\overrightarrow{a}-2\overrightarrow{b}\right|^2=\left|\overrightarrow{a}\right|^2-4\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}+4\left|\overrightarrow{b}\right|^2$

$=1^2-4\times0+4\times2^2=17$

故 $\left|\overrightarrow{a}-2\overrightarrow{b}\right|=\sqrt{17}$

12. 技巧與分析

餘式定理：

(1) 多項式 $f(x)$ 除以 $x-a$ 的餘式為 $f(a)$

(2) 多項式 $f(x)$ 除以 $x+a$ 的餘式為 $f(-a)$

(3) 多項式 $f(x)$ 除以 $ax-b$ 的餘式為 $f\left(\frac{b}{a}\right)$

（$a\ne0$）

(4) 多項式 $f(x)$ 除以 $ax+b$ 的餘式為 $f\left(-\frac{b}{a}\right)$

（$a\ne0$）

解析

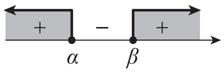
由餘式定理得知：$f(x)$ 除以 $x+2$ 的餘式為

$f(-2)=(-2+1)^{200}+2\times(-2)+1$

$=1-4+1=-2$

13. 技巧與分析

$(x-\alpha)(x-\beta)\ge 0$ 之解為 $x\le\alpha$ 或 $x\ge\beta$



解析

$\because\ \ x^2+bx+c\ge 0$ 的解為 $x\le 1$ 或 $x\ge 3$

$\Rightarrow\ \ (x-1)(x-3)\ge 0$

$\Rightarrow\ \ x^2-4x+3\ge 0$

與 $x^2+bx+c\ge 0$ 比較係數得

$b=-4$，$c=3$

故 $2b+3c=2\times(-4)+3\times 3=1$

14. 技巧與分析

一一列出所有狀況

解析

$2x+3y-12\le 0\ \Rightarrow\ 2x+3y\le 12\cdots$①

$x=1$ 代入①得 $3y\le 10\ \Rightarrow\ y=1$、$2$、$3$

$x=2$ 代入①得 $3y\le 8\ \Rightarrow\ y=1$、$2$

$x=3$ 代入①得 $3y\le 6\ \Rightarrow\ y=1$、$2$

$x=4$ 代入①得 $3y\le 4\ \Rightarrow\ y=1$

故共有 $(1,1)$、$(1,2)$、$(1,3)$

$(2,1)$、$(2,2)$

$(3,1)$、$(3,2)$

$(4,1)$

共 8 組

15. 技巧與分析

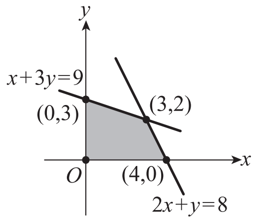
線性規劃的解法：

(1) 圖解聯立不等式，畫出可行解區域，並求出圖形之各頂點坐標

(2) 目標函數之最大值與最小值必發生在可行解區域之各頂點坐標上，將每一頂點分別代入目標函數 $f(x,y)$ 中，即可求得其最大值與最小值

解析

聯立不等式 $\begin{cases}2x+y\le 8\\ x+3y\le 9\\ x\ge 0\ ,\ y\ge 0\end{cases}$ 的圖解如下：



頂點 (x,y)	$(0,0)$	$(4,0)$	$(3,2)$	$(0,3)$
$f(x,y)=2x+3y$	0	8	12	9

故 $f(x,y)=2x+3y$ 的最大值為 12

16. 技巧與分析

設圓 C_1 圓心為 O_1，半徑為 r_1

圓 C_2 圓心為 O_2，半徑為 r_2

若 C_1 的點全部在 C_2 裡面，即兩圓關係為內離，則 $\overline{O_1O_2}<r_2-r_1$

解析

C_1：$x^2+y^2-2x+6y=6$

$\Rightarrow\ \ (x-1)^2+(y+3)^2=4^2$

圓心為 $O_1(1,-3)$，半徑 $r_1=4$

C_2：$(x-a)^2+(y-b)^2=c^2$

圓心為 $O_2(a,b)$，半徑 $r_2=c$

又 C_1 的所有點都在 C_2 裡面，即兩圓關係為內離，則 $r_2>r_1\ \Rightarrow\ c>4$

且 $\overline{O_1O_2}<r_2-r_1$

$\Rightarrow\ \ \overline{O_1O_2}^2<(r_1-r_2)^2$

$\Rightarrow\ \ (a-1)^2+(b+3)^2<(4-c)^2$

即 $(1-a)^2+(3+b)^2<(c-4)^2$

故選(A)

17. 技巧與分析

直線與圓的關係：

設直線 L：$ax+by+c=0$

圓 C：$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$，且圓心 $O(h,k)$

與直線 L 之距離為 $d=\dfrac{|ah+bk+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$，則可得

$d<r\ \Leftrightarrow\ L$ 與圓 C 相交於相異兩點

解析

$C: (x-3)^2+(y-2)^2=1^2$

$\Rightarrow$ 圓心 $O(3,2)$，半徑 $r=1$

$L: ax+by-1=0$

$\because$ C 與 L 要交於兩點

$\therefore$ $d(O,L)<r$

即 $\dfrac{|3a+2b-1|}{\sqrt{a^2+b^2}}<1$

$\Rightarrow$ $|3a+2b-1|<\sqrt{a^2+b^2}\cdots①$

(A) $(3,4)$ 代入① $\Rightarrow$ $|9+8-1|\not<5$

(B) $(3,-4)$ 代入① $\Rightarrow$ $|9-8-1|<5$

(C) $(8,6)$ 代入① $\Rightarrow$ $|24+12-1|\not<10$

(D) $(12,-5)$ 代入① $\Rightarrow$ $|36-10-1|\not<13$

故選(B)

18. 技巧與分析

(1) 若一數列 $a_1, a_2, \cdots, a_n$，滿足 $\dfrac{a_2}{a_1}=\dfrac{a_3}{a_2}=\cdots=\dfrac{a_n}{a_{n-1}}=r\neq 0$，則稱為等比數列，$r$ 稱為公比

(2) 等比數列第 n 項：

① $a_n=a_1r^{n-1}$

② $a_n=a_mr^{n-m}$

解析

設公比為 r，$a_1=2$

$a_1\times a_2\times a_3\times a_4=2^{16}$

$\Rightarrow$ $a_1\times a_1r\times a_1r^2\times a_1r^3=2^{16}$

$\Rightarrow$ $a_1^{\,4}\times r^{1+2+3}=2^{16}$

$\Rightarrow$ $2^4\times r^6=2^{16}$

$\Rightarrow$ $r^6=2^{12}=(2^2)^6$

$\Rightarrow$ $r=\pm 2^2$

又 $a_5\times a_6\times a_7\times a_8$

$=a_1r^4\times a_1r^5\times a_1r^6\times a_1r^7$

$=a_1^{\,4}\times r^{4+5+6+7}$

$=2^4\times r^{22}$

$=2^4\times(\pm 2^2)^{22}$

$=2^{4+44}=2^{48}$

19. 技巧與分析

試驗的期望值：

設 $\{A_1, A_2, A_3, \cdots, A_k\}$ 為樣本空間 S 的一個分割，若事件 A_i 發生的機率為 p_i（$i=1$、2、3、…、k），且可得報酬為 m_i（$i=1$、2、3、…、k），則 $E=p_1m_1+p_2m_2+\cdots+p_km_k$ 稱為此試驗報酬的數學期望值，簡稱為期望值，其中 $p_1+p_2+\cdots+p_k=1$

解析

由期望值

$E=p_1m_1+p_2m_2+p_3m_3$

$=\dfrac{1}{2}\times 100000+\dfrac{1}{3}\times 30000+\dfrac{1}{6}\times 6000$

$=50000+10000+1000$

$=61000$（元）

20. 技巧與分析

(1) 直線 $L: ax+by+c=0$ 之斜率 $m=-\dfrac{a}{b}$

(2) 斜率為 m，且 y 截距為 b 之直線方程式為 $y=mx+b$

(3) 三線共點無法構成一個三角形，三線某二條以上平行亦無法構成三角形

解析

$L_1\perp L_2$ $\Rightarrow$ $m_1\times m_2=-1$

$\Rightarrow$ $a\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)=-1$ $\Rightarrow$ $a=2$

$\because$ $m_1=2$、$m_2=-\dfrac{1}{2}$、$m_3=-\dfrac{1}{-2}=\dfrac{1}{2}$ 皆不相等（皆不平行）

故三線共點

$\Rightarrow$ $\begin{cases} x+2y-2=0 & \cdots① \\ x-2y+10=0 & \cdots② \\ y=2x+b & \cdots③ \end{cases}$ 有共同解

由①、②可得 $x=-4$、$y=3$

代入③得

$3=-8+b$ $\Rightarrow$ $b=11$

故選(D)

21. 技巧與分析

當 $a>1$ 時，$y=f(x)=\log_a x$ 為遞增函數，即 $0<x_1<x_2 \Leftrightarrow \log_a x_1<\log_a x_2$

解析

$2^{10}<\left(\frac{5}{4}\right)^n<2^{20}$

將不等式同時取 $\log_{10}$

$\Rightarrow \log 2^{10}<\log\left(\frac{5}{4}\right)^n<\log 2^{20}$

$\Rightarrow 10\log 2<n\log\frac{5}{4}<20\log 2$

$\Rightarrow 10\log 2<n(\log 5-\log 4)<20\log 2$

$\Rightarrow 10\log 2<n\left[(\log 10-\log 2)-2\log 2\right]<20\log 2$

$\Rightarrow 10\times 0.3010<n(1-0.3010-2\times 0.3010)<20\times 0.3010$

$\Rightarrow 3.010<0.097\times n<6.020$

$\Rightarrow \frac{3.010}{0.097}<n<\frac{6.020}{0.097}$

$\Rightarrow 31.030<n<62.061$

故共有 $62-32+1=31$（個）

22. 技巧與分析

設 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 為一等差數列，則等差中項 $a_3=\frac{a_2+a_4}{2}=\frac{a_1+a_5}{2}$

解析

$\because \sum_{k=10}^{1018} a_k$ 為等差級數

$\sum_{k=10}^{1018} a_k=a_{10}+a_{11}+a_{12}+\cdots+a_{1016}+a_{1017}+a_{1018}$

（共1009項）

$=\frac{(a_{10}+a_{1018})\times 1009}{2}$

$=\frac{(a_1+9d+a_1+1017d)\times 1009}{2}=2018$

$\Rightarrow \frac{(2a_1+1026d)}{2}=2$

$\Rightarrow a_1+513d=2$

$\Rightarrow a_{514}=2$

23. 技巧與分析

(1) 有限集合的元素個數計算公式：

（$n(S)$ 表示集合 S 的元素個數）

取捨原理（排容原理）：

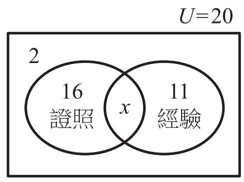
$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

(2) 機率的定義：

設樣本空間 S 中，每一個樣本發生的機會均等，若 $A\subset S$，則事件 A 發生的機率定義為

$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\text{事件 }A\text{ 的元素個數}}{\text{樣本空間 }S\text{ 的元素個數}}$

解析



設同時符合的有 x 人，則 $16+11-x=20-2$

$\Rightarrow 27-x=18$

$\Rightarrow x=9$

故所求機率為 $\frac{9}{20}$

24. 技巧與分析

(1) 組合定義：

自 n 件相異物中，任取 m 件（不重複）（$0\le m\le n$）為一組，同一組內的物品若不計其先後順序，稱為「n 中取 m 的組合」，其組合數以符號 $C^n_m=\frac{P^n_m}{m!}$ 表示

(2) 機率的定義：

設樣本空間 S 中，每一個樣本發生的機會均等，若 $A\subset S$，則事件 A 發生的機率定義為

$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\text{事件 }A\text{ 的元素個數}}{\text{樣本空間 }S\text{ 的元素個數}}$

解析

設樣本空間為 S，則 $n(S)=2^{10}=1024$

恰有6種治癒的事件為 A，則

$n(A)=C^{10}_6=C^{10}_4=210$

故所求 $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{210}{1024}=\frac{105}{512}$

25. 技巧與分析

標準差的意義：

(1) 標準差的計算是以資料的算術平均數為中心，用於表明資料的離散情形
(2) 標準差的性質與算術平均數相類似，易受極端值影響
(3) 標準差愈小，表示資料愈集中在平均數的附近；標準差愈大，表示資料離平均數愈遠也就愈分散

解析

舊成績：29分、41分 $\Rightarrow \begin{cases} 29+41=70 \\ 41-29=12 \end{cases}$

新成績：30分、40分 $\Rightarrow \begin{cases} 30+40=70 \\ 40-30=10 \end{cases}$

(1) 新舊成績加總均為70分，因此平均分數不會改變，即 $A=C$
(2) 舊成績間距為12，新成績間距為10
間距縮小表示標準差縮小，即 $B>D$
（∵ 標準差表示資料的分散程度）
〔另解〕
$(29-\overline{x})^2+(41-\overline{x})^2=29^2+41^2-2\times 70\overline{x}+2\overline{x}^2$
$>(30-\overline{x})^2+(40-\overline{x})^2=30^2+40^2-2\times 70\overline{x}+2\overline{x}^2$
故 $B>D$