

數學 (B)

一、試題分析

1. 今年考題仍為中偏易，命題順序也盡可能符合章節順序。
2. 題目著重於各章節基本概念及運算，不需繁瑣的計算過程。但是對於執著於計算，觀念較少釐清的同學，則會因無法找到題目關鍵而擴大計算量。可以由下方「非簡易題型分析」了解。
3. 排列組合、機率兩單元題目設計較活，同學不易讀懂題意。
4. 「非簡易題型分析」：
 - 第 6 題：第 10 項為首項的 4 倍，僅推導出首項及公差的關係，並非真的求出，同學對此題型通常會以為無法求解。
 - 第 10 題：題目所求應為 $\log_2 10$ ，與省略底數的 $\log 2$ 為倒數，對於僅練習對數計算的同學容易忽略此特性。
 - 第 13 題：此題雖為常見考題，但同學往往計算容易出錯，且選項(B)為 $5(\sqrt{2}+1)$ 有混淆之陷阱。
 - 第 15 題：同學若沒用圓的判別式，而是配方化成圓標準式，再利用半徑平方為正去計算，將因為配方有分數增加其計算量及容易出錯。
 - 第 17 題：若沒看出兩組數字差 5 的關係，分別算出兩組標準差，將增加計算時間。
 - 第 18 題：技高對於拋物線給定兩個條件去畫圖求出方程式中，以給定「準線、焦點」最多計算步驟。
備註：但對於普高常使用定義平方展開，反而容易求解。
 - 第 19 題：相間隔時，需控制差量為 1，且有隱藏固定位置擺放的觀念，技高生對此觀念較薄弱，同學容易針對高麗菜作排列於哪裡有所混淆而無法下筆計算。
 - 第 20 題：計算量偏大，且須求出 M 、 m 兩個值。
 - 第 21 題：此為偏普高取捨原理之考題，同學對於大家都拿到不同物品（交錯）的排列方式較生疏，但因只有三個人，直接利用實際分物品就知只有 2 種方法，故不算超出範圍，但對技高生仍偏難。
 - 第 22 題：此題敘述理解較困難，且對於後面排列不規則，應利用樹狀圖求解為較簡易的方法，學生往往忽略導致不知如何分類排列。
 - 第 24 題：此題雖然可以用導函數基本定義求解，但同學容易使用兩多項式除法的微分規則處理，計算量仍屬於較大但不困難。

二、配分比例表

單元名稱	題數	單元名稱	題數
直線方程式	1	不等式及其應用	2
三角函數	3	排列組合	2
向量	1	機率	3
指數與對數及其運算	2	統計	1
數列與級數	1	三角函數的應用	1
式的運算	1	二次曲線	2
方程式	2	微積分及其應用	3



107 學年度四技二專統一入學測驗

數學 (B)

總	分

數學 B 參考公式

1. 首項為 a_1 ，公差為 d 的等差數列，第 n 項為 $a_n = a_1 + (n-1)d$ ，前 n 項之和為

$$S_n = \frac{n(2a_1 + (n-1)d)}{2}$$

2. 設有一組母體資料 x_1, x_2, \dots, x_N ，其算術平均數為 μ ，則母體標準差為

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}}$$

3. 若 α 、 β 為一元二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的兩根，則 $\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$ 、 $\alpha\beta = \frac{c}{a}$ ，

其兩根為 $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

單選題 (每題 4 分，共 100 分)

- () 1. 若 $\sin \theta = \frac{33}{65}$ ，且 $\tan \theta = \frac{-33}{56}$ ，則 θ 為哪一象限角？
 (A)第一象限角 (B)第二象限角 (C)第三象限角 (D)第四象限角。
- () 2. 已知坐標平面上三個點 $A(1,2)$ 、 $B(2,5)$ 、 $C(0,-1)$ ，則向量
 $2\vec{AB} + 3\vec{AC} - \vec{BC} =$
 (A) $(-2,5)$ (B) $(3,0)$ (C) $(1,3)$ (D) $(3,15)$ 。
- () 3. 在坐標平面上，若直線 L 的方程式為 $ax - y = 3$ ，其中 $a \neq 0$ 且經過點 $(1,2)$ ，則直線 L 的斜率為何？
 (A)5 (B)3 (C)-3 (D)-5。
- () 4. 若多項式 $2x^3 - kx^2 + 3x + 5$ 除以 $x+1$ 的餘式為 1，則 k 值為何？
 (A)-9 (B)-1 (C)1 (D)9。
- () 5. 若 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 的兩根為 α 、 β ，則 $(\alpha - 2)(\beta - 2)$ 之值為何？
 (A)-3 (B)-1 (C)1 (D)5。

- () 6. 若一等差數列的第10項為首項的4倍，且首項不為0，則該數列的第6項為第2項的幾倍？
 (A)2 (B)3 (C)4 (D)5。
- () 7. 若 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ，且 $\sin \theta = \frac{3}{5}$ ，則 $\tan \theta + \sec \theta =$
 (A) $\frac{12}{35}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C)2 (D) $\frac{35}{12}$ 。
- () 8. 若 $\tan \theta = \frac{8}{15}$ ，則 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + \sec^2 \theta =$
 (A) $\frac{514}{225}$ (B) $\frac{38}{15}$ (C) $\frac{64}{225}$ (D) $\frac{49}{625}$ 。
- () 9. 若 $2^4 \times 4^{3x} \times 8^2 = 16^x \times 32$ ，則 $x =$
 (A)-3 (B)-2.5 (C)2.5 (D)3。
- () 10. 已知 $\log 2$ 之近似值為 0.3010。若 $2^x = 10$ ，則 x 之值最接近下列何者？
 (A)3.16 (B)3.23 (C)3.32 (D)3.52。
- () 11. 若二階行列式 $\begin{vmatrix} x & 1 \\ y & 2 \end{vmatrix} = 5$ ，且 $\begin{vmatrix} x & 2y \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$ ，則 $x + y$ 之值為何？
 (A)-1 (B)0 (C)1 (D)5。
- () 12. 若一元二次不等式 $ax^2 + bx - 6 \geq 0$ 的解為 $2 \leq x \leq 3$ ，則數對 (a, b) 為下列何者？
 (A)(-1, -5) (B)(-1, 5) (C)(1, -5) (D)(1, 5)。
- () 13. 一輛遙控小車在平坦無坡度的操場行駛，正前方遠處有一座直立水塔，測得塔頂的仰角 30° 。若小車往水塔方向移動10公尺後，測得塔頂的仰角 45° ，則水塔的高度為多少公尺？
 (A) $5\sqrt{3}$ (B) $5(\sqrt{2} + 1)$ (C) $4(\sqrt{2} + \sqrt{3})$ (D) $5(\sqrt{3} + 1)$ 。
- () 14. 某青年創業開餐廳，擬設計一份有5種菜色的菜單。若在原始構思的7種菜色中有2種為必選，則有幾種不同菜單？
 (A)6 (B)10 (C)21 (D)35。
- () 15. 若 $x^2 + y^2 + kx + 2y + k + 1 = 0$ 表示一圓，則 k 的範圍為何？
 (A) $2 < k < 4$ (B) $0 < k < 3$ (C) $k < 2$ 或 $k > 3$ (D) $k < 0$ 或 $k > 4$ 。
- () 16. 已知小王、小洋的上壘率分別為 0.425、0.385。若在一場棒球比賽兩人分別擔任第2、3棒，則兩人第一次打擊皆上壘的機率滿足下列何者？
 (A)大於 0.6 (B)介於 0.5 和 0.6 (C)介於 0.4 和 0.5 (D)小於 0.4。

- () 17. 若有一組數字為 73、58、64、85、91，其標準差為 σ_1 ，而另一組數字為 78、63、69、90、96，其標準差為 σ_2 ，則 $|\sigma_1 - \sigma_2|$ 之值為何？
 (A) 0 (B) $\sqrt{5}$ (C) 5 (D) 25。
- () 18. 若一拋物線之準線為 $x = -1$ ，焦點為 $(3, 3)$ ，則此拋物線之方程式為何？
 (A) $y^2 - 4x - 6y + 13 = 0$ (B) $y^2 - 4x - 2y + 13 = 0$ (C) $y^2 - 8x - 2y + 25 = 0$
 (D) $y^2 - 8x - 6y + 17 = 0$ 。
- () 19. 某人想在自家後院牆邊的長條空地種植一系列菜苗，共有高麗菜 5 株，萵苣 4 株，菠菜 4 株。若他決定在每兩株高麗菜之間任意種植萵苣或菠菜共兩株，則種植的排列方法有幾種？
 (A) $\frac{8!}{4!4!}$ (B) 2^8 (C) $\frac{13!}{4!4!5!}$ (D) $5!4!4!$ 。
- () 20. 在滿足二元一次聯立不等式 $\begin{cases} x \geq 1 \\ y \geq 0 \\ x - y \leq 3 \\ x + y \leq 4 \end{cases}$ 的條件下。若 $3x - 5y$ 的最大值及最小值分別為 M 及 m ，則 $M + m$ 之值為何？
 (A) -9 (B) -4 (C) -3 (D) 3。
- () 21. 五個好朋友各自準備一份禮物，編號後進行摸彩，從摸彩箱抽取號碼後換對應禮物，則恰有兩人得到自己帶來之禮物的機率為何？
 (A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{3}$ 。
- () 22. 依過去經驗，某生如果當天第一節上課遲到，隔天第一節上課遲到的機率是 $\frac{1}{4}$ 。如果當天第一節準時上課，隔天第一節上課遲到的機率是 $\frac{2}{5}$ 。若某生星期一第一節上課遲到，則後天星期三第一節上課遲到的機率為何？
 (A) $\frac{1}{16}$ (B) $\frac{3}{10}$ (C) $\frac{29}{80}$ (D) $\frac{7}{10}$ 。
- () 23. 在坐標平面上，函數 $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 3x + 1$ 的圖形於切點 $(2, 1)$ 的切線斜率為何？
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3。
- () 24. 若 $f(x) = \frac{-3(x+1)}{x^4 + x^2 + 1}$ ，則 $f'(-1)$ 之值為何？
 (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2。

- () 25. 若 $f(x) = \frac{x}{x-1} - \frac{2x}{x^2-1}$ ($x \neq \pm 1$)，則 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 之值為何？
- (A) 不存在 (B) 0 (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1。

107 年統一入學測驗 數學 (B)

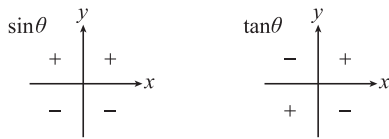
答 案

- 1.B 2.C 3.A 4.B 5.B 6.A 7.C 8.A 9.B 10.C
 11.D 12.B 13.D 14.B 15.D 16.D 17.A 18.D 19.A 20.C
 21.B 22.C 23.D 24.A 25.C

本試題答案係依據統一入學測驗中心於 107 年 5 月 7 日公布之標準答案

1. 技巧與分析

三角函數正負表



解析

$$\sin \theta = \frac{33}{65} > 0$$

$\Rightarrow \theta$ 為第一或第二象限角...①

$$\tan \theta = -\frac{33}{56} < 0$$

$\Rightarrow \theta$ 為第二或第四象限角...②

根據①②得 θ 為第二象限角

故選(B)

2. 技巧與分析

(1) 已知 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 為坐標平面上的

兩點，則兩點 $\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$

(2) $\vec{a} = (x_1, y_1)$ 、 $\vec{b} = (x_2, y_2)$

$$\Rightarrow \vec{a} \pm \vec{b} = (x_1 \pm x_2, y_1 \pm y_2)$$

(3) $\vec{a} = (x, y) \Rightarrow k\vec{a} = (kx, ky)$

解析

$$\overrightarrow{AB} = (2-1, 5-2) = (1, 3)$$

$$\overrightarrow{AC} = (0-1, -1-2) = (-1, -3)$$

$$\overrightarrow{BC} = (0-2, -1-5) = (-2, -6)$$

$$2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$$

$$= 2(1, 3) + 3(-1, -3) - (-2, -6)$$

$$= (2-3+2, 6-9+6) = (1, 3)$$

故選(C)

[另解]

$$\begin{aligned}
 & 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} \\
 &= 2(B-A) + 3(C-A) - (C-B) \\
 &= 2B - 2A + 3C - 3A - C + B \\
 &= -5A + 3B + 2C \\
 &= -5(1, 2) + 3(2, 5) + 2(0, -1) \\
 &= (-5+6, -10+15-2) = (1, 3)
 \end{aligned}$$

3. 技巧與分析

已知直線一般式 $ax + by + c = 0$

則此直線斜率 $m = -\frac{a}{b}$

解析

$(1, 2)$ 代入 $ax - y = 3$

$$\Rightarrow a - 2 = 3 \Rightarrow a = 5$$

直線方程式： $5x - y = 3$

直線斜率： $-\frac{5}{-1} = 5$

故選(A)

4. 技巧與分析

餘式定理： $f(x)$ 除以 $x-a$ 之餘式為 $f(a)$

解析

令多項式 $2x^3 - kx^2 + 3x + 5 = f(x)$

$f(x)$ 除以 $x+1$ 的餘式 $= f(-1) = 1$

$$\Rightarrow -2 - k - 3 + 5 = 1 \Rightarrow k = -1$$

故選(B)

5. 技巧與分析

根與係數關係：

α 、 β 為方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 之兩根

$$\text{則 } \alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

解析

α 、 β 為 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 之兩根

$$\Rightarrow \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 2, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a} = -1$$

$$\begin{aligned} (\alpha - 2)(\beta - 2) &= \alpha\beta - 2(\alpha + \beta) + 4 \\ &= -1 - 2 \times 2 + 4 = -1 \end{aligned}$$

故選(B)

[另解]

α 、 β 為 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 之兩根

$$\Rightarrow (x - \alpha)(x - \beta) = x^2 - 2x - 1$$

$$\Rightarrow (2 - \alpha)(2 - \beta) = 4 - 4 - 1 = -1$$

$$\Rightarrow (\alpha - 2)(\beta - 2) = -1$$

6. 技巧與分析

等差數列： $a_n = a_1 + (n-1)d$

解析

$$a_{10} = a_1 + 9d = 4a_1$$

$$\Rightarrow 3a_1 = 9d$$

$$\Rightarrow a_1 = 3d \quad (\text{其中 } a_1 \neq 0 \Rightarrow d \neq 0)$$

$$\therefore \frac{a_6}{a_2} = \frac{a_1 + 5d}{a_1 + d} = \frac{3d + 5d}{3d + d} = \frac{8d}{4d} = 2$$

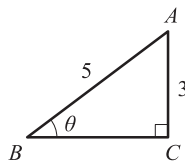
故選(A)

7. 技巧與分析

已知三角函數之基本定義即可

解析

根據 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 且 $\sin \theta = \frac{3}{5}$ 可畫圖



畢氏定理可得 $\overline{BC} = 4$

$$\tan \theta = \frac{3}{4}, \quad \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} = \frac{1}{\frac{4}{5}} = \frac{5}{4}$$

$$\therefore \tan \theta + \sec \theta = \frac{8}{4} = 2$$

故選(C)

8. 技巧與分析

三角函數平方關係：

$$(1) \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$(2) 1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$$

解析

$$\begin{aligned} \text{所求} &= (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) + \sec^2 \theta = 1 + \sec^2 \theta \\ &= 1 + (1 + \tan^2 \theta) = 2 + \frac{64}{225} = \frac{514}{225} \end{aligned}$$

故選(A)

9. 技巧與分析

$$(1) \text{指數律：} (a^n)^m = a^{nm}$$

(2) 指數方程式：

$$a^x = a^y \quad (a \neq 1) \Rightarrow x = y$$

解析

$$2^4 \times 4^{3x} \times 8^2 = 16^x \times 32$$

$$\Rightarrow 2^4 \times (2^2)^{3x} \times (2^3)^2 = (2^4)^x \times 2^5$$

$$\Rightarrow 2^{4+6x+6} = 2^{4x+5}$$

$$\Rightarrow 10 + 6x = 4x + 5$$

$$\Rightarrow 2x = -5$$

$$\Rightarrow x = -2.5$$

故選(B)

10. 技巧與分析

$$(1) \text{指數與對數關係：} a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$$

$$(a > 0, \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(2) \text{對數之倒數關係：} \log_a b \times \log_b a = 1$$

$$(a, b > 0, \text{ 且 } a \neq 1, b \neq 1)$$

解析

$$2^x = 10$$

$$\Rightarrow x = \log_2 10 = \frac{1}{\log_{10} 2} = \frac{1}{0.3010} \doteq 3.32$$

故選(C)

11. 技巧與分析

(1) 二階行列式求值： $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

(2) 解二元一次聯立方程式

解析

$$\begin{vmatrix} x & 1 \\ y & 2 \end{vmatrix} = 5 \Rightarrow 2x - y = 5 \dots \textcircled{1}$$

$$\begin{vmatrix} x & 2y \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow x - 2y = 0 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \times 2 - \textcircled{2} \text{ 可解出 } 3x = 10$$

$$\text{又 } x - 2y = 0$$

$$\Rightarrow x = 2y \Rightarrow y = \frac{x}{2}$$

$$\text{則 } x + y = x + \frac{x}{2} = \frac{3x}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

故選(D)

12. 技巧與分析

$$\text{二次不等式 } a \leq x \leq b \Leftrightarrow (x-a)(x-b) \leq 0$$

解析

$$2 \leq x \leq 3$$

$$\Rightarrow (x-2)(x-3) \leq 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 6 \leq 0$$

$$\Rightarrow -x^2 + 5x - 6 \geq 0$$

比較題目 $ax^2 + bx - 6 \geq 0$

$$\text{可得 } a = -1, b = 5$$

$$\text{數對 } (a, b) = (-1, 5)$$

故選(B)

〔另解〕

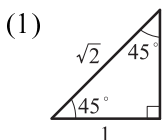
若 $ax^2 + bx - 6 = 0$ 之解必為 $x = 2$ 或 3

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a + 2b - 6 = 0 \\ 9a + 3b - 6 = 0 \end{cases}$$

解聯立得 $a = -1, b = 5$

$$\Rightarrow (a, b) = (-1, 5)$$

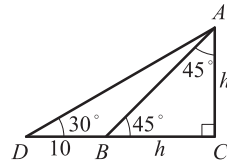
13. 技巧與分析



(2) $\tan 30^\circ = \frac{\text{對邊}}{\text{鄰邊}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

解析

依題意作圖如下：



令水塔高度為 h (公尺), 則 $\overline{BC} = h$

$$\text{在 } \triangle ADC \text{ 中, } \tan 30^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{DC}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{10+h}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}h = 10+h$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}h - h = 10$$

$$\Rightarrow h(\sqrt{3}-1) = 10$$

$$\Rightarrow h = \frac{10}{\sqrt{3}-1} = \frac{10(\sqrt{3}+1)}{2} = 5(\sqrt{3}+1)$$

則水塔高為 $5(\sqrt{3}+1)$ 公尺

故選(D)

14. 技巧與分析

(1) 乘法原理：

設完成一件事需經過 k 個步驟, 若完成第 i ($i=1, 2, \dots, k$) 個步驟有 m_i 種方法, 則完成此件事的方法數共有 $m_1 \times m_2 \times \dots \times m_k$ 種

(2) 組合定義：

自 n 件相異物中, 任取 m 件 (不重複) ($0 \leq m \leq n$) 為一組, 同一組內的物品若不計其先後順序, 稱為「 n 中取 m 的組合」, 其組合數以符號 $C_m^n = \frac{P_m^n}{m!}$ 表示

解析

所求方法共有：

$$C_2^2 \times C_3^5 = 10 \text{ (種)}$$

(2種必選) \times (剩下5種選3種)

故選(B)

15. 技巧與分析

圓的判別式： $\Delta = d^2 + e^2 - 4f$

$\Delta > 0$ 即為圓， $\Delta = 0$ 即為點， $\Delta < 0$ 無圖形

解析

圓一般式： $x^2 + y^2 + dx + ey + f = 0$

題目： $x^2 + y^2 + kx + 2y + (k+1) = 0$

$\therefore d = k, e = 2, f = k+1$

圓的判別式 $d^2 + e^2 - 4f > 0$ 即為一圓

$\Rightarrow k^2 + 2^2 - 4(k+1) > 0$

$\Rightarrow k^2 - 4k > 0$

$\Rightarrow k(k-4) > 0$

$\Rightarrow k < 0$ 或 $k > 4$

故選(D)

16. 技巧與分析

$A、B$ 為獨立事件： $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

解析

〈方法一〉

小王及小洋上壘為獨立事件

若 $P(\text{小王}) = 0.425$ 表示小王上壘機率

$P(\text{小洋}) = 0.385$ 表示小洋上壘機率

小王及小洋皆上壘機率 = $P(\text{小王} \cap \text{小洋})$

因為獨立

= $P(\text{小王}) \times P(\text{小洋})$

= $0.425 \times 0.385 = 0.163625 < 0.4$

故選(D)

〈方法二〉

承方法一，

所求 $P(\text{小王} \cap \text{小洋}) < P(\text{小洋}) = 0.385 < 0.4$

故選(D)

17. 技巧與分析

$y_i = ax_i + b$ ，其中 $x_i、y_i$ 為兩組資料

則標準差 $S_y = |a|S_x$

解析

將兩組數字由小到大排列

第一組：58, 64, 73, 85, 91

第二組：63, 69, 78, 90, 96

← 平移

觀察第二組數字皆比第一組數字多 5

根據標準差定義可得兩組標準差相同

$\therefore \sigma_1 = \sigma_2 \Rightarrow |\sigma_1 - \sigma_2| = 0$

故選(A)

備註：資料的平移，標準差不變

18. 技巧與分析

(1) 拋物線標準式： $(y-k)^2 = 4c(x-h)$

其圖形為開口左右型，頂點 (h, k) 、
焦距 $|c|$

(2) 頂點到準線距離 = 頂點到焦點距離

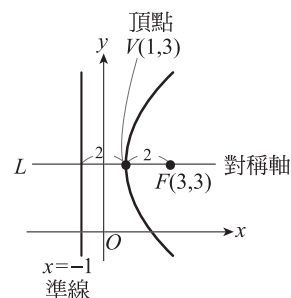
解析

\because 焦點 $(3, 3)$ 在準線 $x = -1$ 右方

\Rightarrow 拋物線開口向右 ($c > 0$)

畫出圖形得頂點為 $(1, 3)$

焦距為 2 $\Rightarrow c = 2$



代入標準式為

$(y-3)^2 = 4 \times 2 \times (x-1)$

$\Rightarrow y^2 - 6y + 9 = 8x - 8$

$\Rightarrow y^2 - 8x - 6y + 17 = 0$

故選(D)

19. 技巧與分析

不盡相異物排列： n 個相同物與另外 m 個相同物作直線排列的方法數： $\frac{(n+m)!}{n!m!}$

解析

高□□高□□高□□高□□高

第一步：高麗菜先排有 $\frac{5!}{5!}=1$ 種

第二步：再將萵苣與菠菜任意排入8個空格

有 $\frac{8!}{4!4!}$ 種

由乘法原理知：共有 $1 \times \frac{8!}{4!4!} = \frac{8!}{4!4!}$

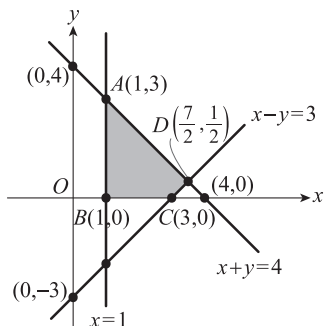
故選(A)

20. 技巧與分析

- (1) 知悉二元一次不等式之作圖
- (2) 利用頂點法求線性規劃之最大值及最小值

解析

依不等式 $x \geq 1$ 、 $y \geq 0$ 、 $x - y \leq 3$ 、 $x + y \leq 4$ 作圖如下



並將可行解畫出及求出頂點

頂點	$A(1,3)$	$B(1,0)$	$C(3,0)$	$D\left(\frac{7}{2}, \frac{1}{2}\right)$
$3x - 5y$	-12	3	9	8

得 $M = 9$ ， $m = -12 \Rightarrow M + m = -3$

故選(C)

21. 技巧與分析

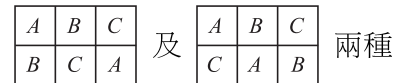
古典機率： $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

解析

所求分兩步驟：

第一步：先計算自5人取出2人得到自己的禮物之方法數 $= C_2^5$

第二步：考慮另外三人皆要確實交換到別人禮物之方法數



共 $C_2^5 \times 2 = 20$ 種

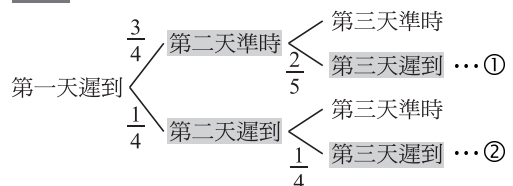
所求機率 $= \frac{20}{5!} = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$

故選(B)

22. 技巧與分析

利用樹狀圖分析所有情形

解析



所求為①+②兩種情況

即 $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{6}{20} + \frac{1}{16} = \frac{29}{80}$

故選(C)

23. 技巧與分析

$f(x)$ 在 $x = a$ 上的切線斜率 $= f'(a)$

解析

$f(x)$ 對 x 作一次微分 $f'(x) = 3x - 3$

切點(2,1)的切線斜率即為

$f'(2) = 3 \times 2 - 3 = 3$

故選(D)

24. 技巧與分析

$$(1) f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

$$(2) \text{ 若 } h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

$$\text{則 } h'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$$

解析

$$\begin{aligned} f'(-1) &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-3(x+1) - 0}{x^4 + x^2 + 1 - 0} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-3}{x^4 + x^2 + 1} = \frac{-3}{1+1+1} = -1 \end{aligned}$$

故選(A)

[另解]

$f(x)$ 對 x 作一次微分之導函數

$f'(x)$

$$\begin{aligned} &= \frac{[-3(x+1)]'(x^4 + x^2 + 1) - [-3(x+1)](x^4 + x^2 + 1)'}{(x^4 + x^2 + 1)^2} \\ &= \frac{(-3)(x^4 + x^2 + 1) - (-3x - 3)(4x^3 + 2x)}{(x^4 + x^2 + 1)^2} \\ f'(-1) &= \frac{(-3) \times 3 - 0 \times (-6)}{3^2} = -1 \end{aligned}$$

25. 技巧與分析

先通分化簡，再求極限

解析

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{x}{x-1} - \frac{2x}{x^2-1} \\ &= \frac{x(x+1) - 2x}{(x-1)(x+1)} = \frac{x^2 - x}{(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{x(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x}{x+1} \end{aligned}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x+1} = \frac{1}{2}$$

故選(C)