

## 一株病毒教我們的事 新冠肺炎特刊

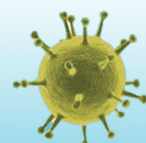
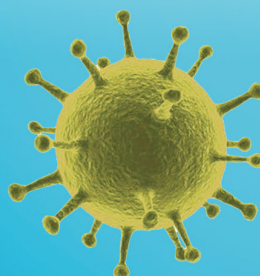
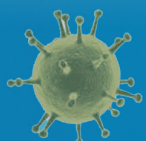
教師 張靚玲  
臺北市中正高中

### 教案簡介

主題名稱	一株病毒教我們的事——新冠肺炎特刊
搭配課程	高中數學科 第二冊 單元 1
教學對象	高中數學科 一年級
教學時間	30 分鐘
學習目標	<p>一、欲培養學生的能力與態度</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1. 讓課本中的專有名詞進入日常生活，加深同學的印象與增加學習的趣味性。</li><li>2. 與時事連結，釐清新聞報導的正確性與真實性。</li><li>3. 能主動尋求並挖掘問題的所在。</li><li>4. 勇於與同學、師長討論，多元學習。</li></ol> <p>二、學生能獲得的知識內容</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1. <math>R_0</math> 值（基礎傳染數）的定義。</li><li>2. 了解為什麼要讓傳染病的公比小於 1，就能阻止傳播。</li><li>3. 如何控制病毒感染。</li><li>4. 從數學知識了解「隔離」的重要性。</li></ol>
教學活動	藉由觀看前置影片，再導讀網路文章，並且分析時事新聞，連結數學知識！
整體教學建議	引導學生接收各項媒體訊息能變換成數學式子來思考！
學生先備知識	等比級數與遞迴數列

## 教學流程與建議

教學內容架構 (操作時間)	搭配教材	教學重點
引起動機 (2 分鐘)	前置影片	<a href="https://www.youtube.com/watch?v=wFq3lYz9-Ts">https://www.youtube.com/watch?v=wFq3lYz9-Ts</a> 
先備知識 (8 分鐘)	P3~4	認識 R0 值及說明網路文章例子
探討活動 (5 分鐘)		學生實際演練 R0 值題目
先備知識 (8 分鐘)	P5~7	說明時事報導例子與數學的連結
探討活動 (5 分鐘)		學生練習遞迴題目
總結 (2 分鐘)	×	將所有數學知識做結論





## 數感生活——降低武漢肺炎的公比

這幾天春節大家都在關心武漢肺炎蔓延的狀況。有一篇論文，提及武漢肺炎的「基礎傳染數」約為 3.6~4.0，白袍旅人——兒科楊為傑醫師分享了一篇吳醫師的網誌（註），裡面提到「基礎傳染數（R0, Basic reproduction number）【簡言之：平均一個人可以傳染給多少人】大約為 3.6~4.0，意味著 72%~75% 感染控制住的話，能有效阻止傳播。」

剛好今天政府記者會也提到這項數據。我們就來跟大家解釋一下 72%~75% 是怎麼算出來的。

你可以想像傳染病就像等比級數，如果公比大於 1，級數和會發散到無限大。以基礎傳染數 4 來說，在毫無作為的情況下，患者數目會從 1、4、16、64、……整個大爆發。

換句話說，要控制病情，每位患者絕對不能傳染給「大於 1 位」的其他者。控制的方法有很多種，在此略表不提。假設全國有  $x\%$  的人對武漢肺炎免疫，則一位患者雖然會傳染給 4 個人，實際上卻只有  $4(1-x\%)$  個人會生病，所以只要

$$4(1-x\%) < 1,$$

解不等式，可得  $x\% > 75\%$ 。這就是文中所說，倘若能有 75% 的感染控制住的話，就能阻止傳播。

用數學的話語就是「讓傳染病的公比小於 1」。

$$\sum_{n=0}^{\infty} ar^n = \frac{a}{1-r}$$

[授權自數感實驗室]

## 基礎傳染數（R0，Basic reproduction number）

【簡言之：平均一個人可以傳染給多少人】

臺大公共衛生學院副院長陳秀熙指出，R0 值是控制疫情最重要的指標，當 R0 值大於 1 代表疫情持續流行，若是 R0 值小於 1 則代表疫情獲得控制。

根據 2003 年臺灣 SARS 的資料顯示，當年在 4~5 月中旬疫情達到高峰，R0 值為 1.59；5 月中旬後，R0 值降至 0.31，疫情也獲得控制。另外，2015 年韓國 MERS 的疫情顯示，當年 5 月中旬至 6 月初 R0 值為 1.14，疫情達到高峰，6 月第一週過後，R0 值下降至 0.74，疫情也逐漸得到控制。

## 一、各疾病的 R0

疾病	死亡率	傳染途徑	R0
麻疹	1%~3%	空氣傳播	12~18
百日咳		空氣傳播、飛沫傳播	5.5
天花	95%	空氣傳播、飛沫傳播	5~7
愛滋病	89%~90%	性傳播	2~5
霍亂	1%~50%	糞口傳播	1.06~2.63
伊波拉 (2014)	83%~90%	體液傳播	1.5~2.5
普通流感	0.50%	空氣傳播、飛沫傳播	0.9~2.1
流行性感冒 (1918 年流感大流行)	>2.5%	空氣傳播、飛沫傳播	2~3
SARS (2003)	11%	空氣傳播、飛沫傳播	2.3~2.7
武漢肺炎 (COVID-19)		飛沫傳播、接觸傳播、糞口傳播	1.4~3.8

## 二、R0 命題設計

根據南韓媒體《韓聯社》最新報導指出，南韓大邱地區已經出現一名「超級傳播者」，13 名有跟他接觸過的人士，2020 年 2 月 19 日已經全部確診，收治這名案例的國家定點醫院大邱慶北醫院，因為擔心爆發院內感染，決定先緊急封鎖急診室。請問：

**Q1** 避免成為下一個病人，我們可以  
 (A)勤洗手 (B)戴口罩 (C)少到人群聚集的場所 (D)飲食正常作息規律  
 (E)有發燒咳嗽症狀需立即就醫

**Q2** 若某地區的基礎傳染數皆如同韓國這位超級傳播者，平均可以傳染給 13 個人，則該地區必須達到\_\_\_\_\_ % 感染被控制住，才能有效阻止傳播！

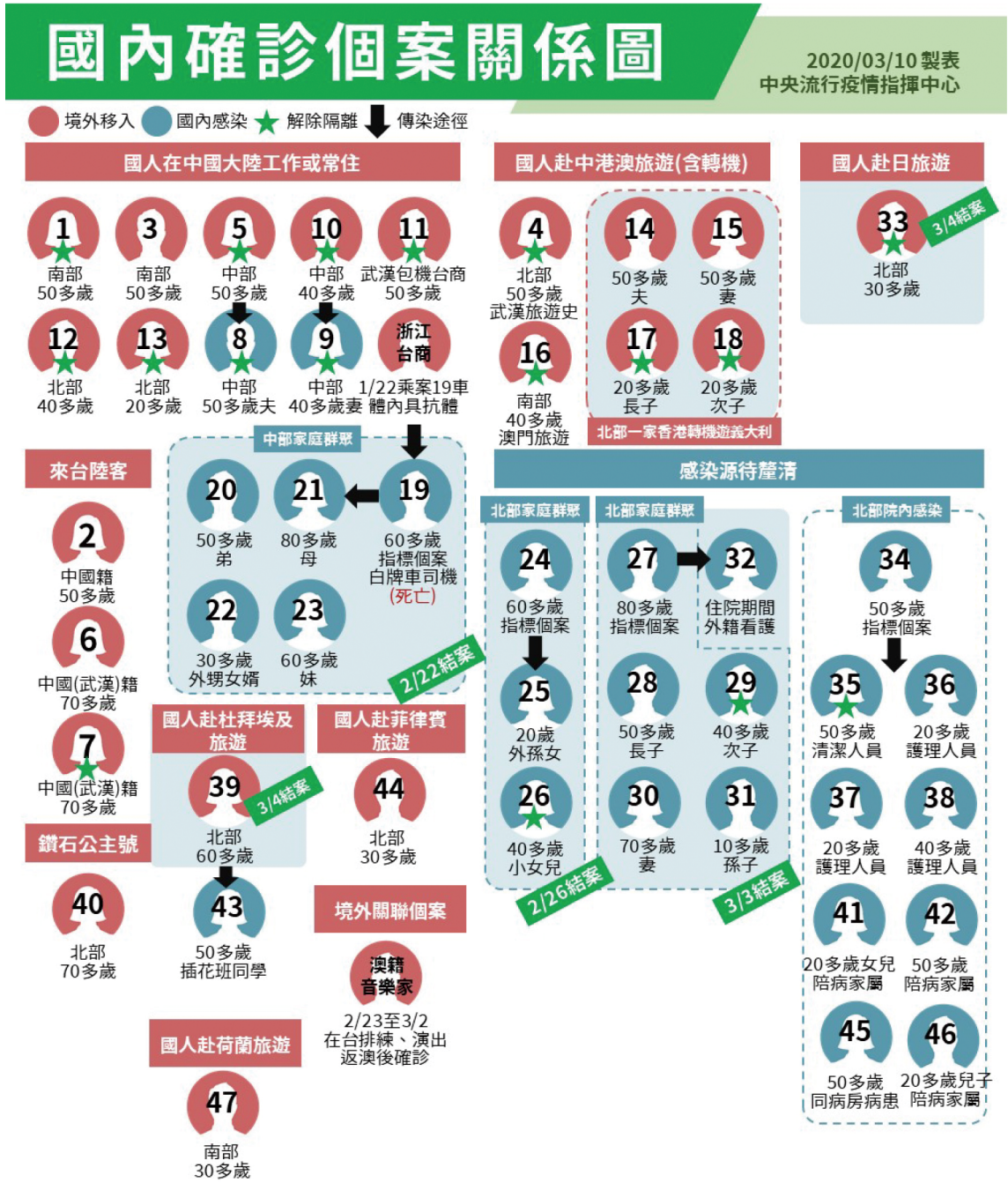
**A1** (A)(B)(C)(D)(E)

**A2** 假設全國有  $x\%$  的人對武漢肺炎免疫，則一位患者雖然會傳染給 13 個人，實際上卻只有  $13(1-x\%)$  個人會發病，所以只要  $13(1-x\%) < 1$ ，解不等式，可得  $x\% \approx 92.3\%$ 。倘若能 92.3% 的感染比例控制住的話，就能阻止傳播。



# 如何控制感染

## 〈國內個案〉



由上圖知道，若是一開始得到武漢肺炎沒有馬上隔離，將會傳染給身邊有接觸過的人！

我國的疾管署早在去年 12 月 31 日就發佈新聞、提出警訊，也加緊以可能人傳人的設想作好防範措施。臺灣才能夠面對險峻的挑戰而防疫得當，洞燭機先是最佳保證！

## 〈國外個案〉

2020年3月10日韓聯社報導，位在首爾九老區的一棟辦公大樓的電話客服中心(call center)有50人確診武漢肺炎，政府緊急關閉該中心，這是首爾單一場所規模最大的群聚感染案例。

該中心的首位確診案例是一名57歲的女員工，她在6日上班時不斷咳嗽還出現發冷症狀，工作超過4小時才回家。由於客服中心的工作大部分是多位職員坐在設有隔板的辦公桌前接聽來電或打電話，因此符合了感染武漢肺炎的主要途徑「密切接觸」和「飛沫傳播」兩樣條件。

由第二個例子知道，如果有症狀要趕緊看醫生，並且停止上班、自我隔離，才不會像滾雪球一樣，越滾越大！

## 為什麼隔離這麼重要呢？

舉例來說：

如果一個城市有人已經被感染了，而一個被感染的人會傳給四個接觸者（目前估計  $R_0$  值約為4），也就是傳染病會1傳4，4傳16，16傳64，而且完全都沒有隔離，可以用這樣的式子表示：

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = 4a_{n-1}, n \geq 2 \end{cases},$$

傳到第十遍（ $n=11$ ）可以用計算機求出  $a_{11}$  是 1048576(人)，約有一百萬人！

但如果每一次被感染的四個人，都有一個被隔離、三個沒隔離，數學式子就可以表示成

$$\begin{cases} b_1 = 1 \\ b_n = 3b_{n-1}, n \geq 2 \end{cases},$$

這樣傳到第十遍（ $n=11$ ），也可以用計算機求出  $b_{11}$  是 59049（人），比 1048576（人）少了很多！

如果每一次被感染的四個人，都有兩個被隔離、兩個沒隔離，數學式子就可以表示成

$$\begin{cases} c_1 = 1 \\ c_n = 2c_{n-1}, n \geq 2 \end{cases},$$

這樣傳到第十遍（ $n=11$ ），大家很快可以算出  $c_{11}$  是 1024（人）！

如果每一次被感染的四個人，都有三個被隔離、一個沒隔離，數學式子就可以表示成：

$$\begin{cases} d_1 = 1 \\ d_n = d_{n-1}, n \geq 2 \end{cases},$$

這樣當  $n=11$  時，只有一個人會傳播感染！

可見「隔離」這件事情是非常的重要！



讓我們來將上述提到的算式整理一下，用遞迴數列列出並計算：

(1) 一個人傳染給四個人後，若這四個人均未隔離，則

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = 4a_{n-1}, n \geq 2 \end{cases},$$

當  $n=11$  時， $a_{11} = 4^{10} = 1048576$  (人)

(2) 一個人傳染給四個人後，若有三個人均未隔離，則

$$\begin{cases} b_1 = 1 \\ b_n = 3b_{n-1}, n \geq 2 \end{cases},$$

當  $n=11$  時， $b_{11} = 3^{10} = 59049$  (人)

(3) 一個人傳染給四個人後，若有兩個人未隔離，則

$$\begin{cases} c_1 = 1 \\ c_n = 2c_{n-1}, n \geq 2 \end{cases},$$

當  $n=11$  時， $c_{11} = 2^{10} = 1024$  (人)

(4) 一個人傳染給四個人後，若有一個人未隔離，則

$$\begin{cases} d_1 = 1 \\ d_n = d_{n-1}, n \geq 2 \end{cases},$$

當  $n=11$  時，有  $d_{11} = 1^{10} = 1$  (人)

我們可以由這個遞迴數列得知隔離人數越多，疫情越容易控制住！



已知某地區麻疹的基礎傳染數為 16，若該地區的初始感染者為 1 人且防疫手段可以達到 75% 的控制率，試以上述的遞迴關係式來表示每次傳播的受感染人數。



已知 75% 的感染比例被控制住，故每一個感染者可以傳播並導致發病的人數為  $16(1-75\%)=4$  (人)，故可以表示為：

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = 4a_{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$$

## 素養題組一防疫隔離的人選設定

素材來源	衛生福利部疾病管制署、臺灣高鐵座位表
運用原因	感染控制都蘊含很多數學概念
難易度	易
題型	圖表判讀、邏輯推理、情境
學習表現	n-V-5 能察覺規律並以一般項或遞迴方式表現。
對應章節	第二冊 單元 1 數列與遞迴關係
類型	情境化： <input checked="" type="checkbox"/> 生活情境 <input type="checkbox"/> 學術探究 整合運用： <input checked="" type="checkbox"/> 閱讀理解 <input checked="" type="checkbox"/> 邏輯推論 <input checked="" type="checkbox"/> 圖表判讀 <input type="checkbox"/> 批判思考 <input type="checkbox"/> 解釋辨析 <input checked="" type="checkbox"/> 資料應用 跨領域： <input type="checkbox"/> 語文 <input checked="" type="checkbox"/> 社會 <input type="checkbox"/> 自然

右圖為高鐵車廂座位圖的一部分，若乘客訂位時，座位的安排依照訂位序號依序為 1A→1B→1C→1D→1E→2E→2D→2C→2B→2A→3A→3B→…，以此類推。

13A	13B	13C	13D	13E
12A	12B	12C	12D	12E
11A	11B	11C	11D	11E
10A	10B	10C	10D	10E
9A	9B	9C	9D	9E
8A	8B	8C	8D	8E
7A	7B	7C	7D	7E
6A	6B	6C	6D	6E
5A	5B	5C	5D	5E
4A	4B	4C	4D	4E
3A	3B	3C	3D	3E
2A	2B	2C	2D	2E
1A	1B	1C	1D	1E

Q1

已知某武漢肺炎確診者搭乘某班次列車的訂位序號為第 76 號，試問該乘客的座位為下列何者？  
(A)7A (B)8A (C)8E (D)16A (E)16E

Q2

承上題，按照規定確診者座位前後兩排之範圍內的乘客必須列為居家隔離的對象，請問哪些訂位序號的乘客需要通報居家隔離？





**A1**

先觀察訂位編號的規則如下：

第一排	1	2	3	4	5
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>
第二排	10	9	8	7	6
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>
第三排	11	12	13	14	15
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>
第四排	20	19	18	17	16
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>
第五排	21	22	23	24	25
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>

∴

得到各排 *E* 座位的訂位編號依序為 5,6,15,16,25,26, … ,

可由下列式子表示：

設  $a_i$  為第  $i$  排 *E* 座位的訂位編號

$$a_{2n-1} = 5 + 10(n-1)$$

$$a_{2n} = 6 + 10(n-1), n \in \mathbb{N}$$

因為

$$76 = 6 + 10(n-1),$$

得

$$n = 8,$$

則第 76 號乘客的座位是 16*E*，故選(E)。

**A2**

按照規定確診者座位前後兩排之範圍內的乘客必須列為居家隔離的對象，而確診者的座位在第 16 排，須居家隔離的乘客為第 14、15、16、17、18 排的乘客。

故訂位序號為第 66 號至 90 號的乘客皆須隔離。

【資料來源】

三立 iNEWS	Facebook 陳建仁 Chen Chien-Jen
數感實驗室	TVBS 健康 2.0
中央通訊社	衛生福利部疾病管制署
臺灣高鐵	HEHO Health & Hope